

令和 5 年 6 月 16 日現在

機関番号：82401

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2022

課題番号：18K13546

研究課題名（和文）グラディエントフロー方程式を用いた場の理論の新しい解析手法の発展

研究課題名（英文）New Approach to Non-perturbative Quantum Field Theory Inspired by Gradient Flow

研究代表者

菊地 健吾（Kikuchi, Kengo）

国立研究開発法人理化学研究所・数理創造プログラム・基礎科学特別研究員

研究者番号：20792724

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 2,200,000円

研究成果の概要（和文）：グラディエントフローは、ゲージ場の量子論の発散を押さえる新しい解析手法である。グラディエントフロー方程式は一種の拡散方程式で、その解で与えられるフロー場の相関関数は、新たな繰り込みを必要とせず、紫外発散が出ないという性質を持つ。本研究はこの方程式そのものの性質に着目した、場の量子論の手法の基盤となる研究である。

本研究の成果は大きく分けて二つに分類できる。一つはグラディエントフロー方程式の理論的側面、特に超対称性理論に対する拡張である。もう一つは現象論的応用、特にスファレロン解を求める新しい手法、及び自発的ゲージ対称性の破れに関する相構造を調べる方法の提唱である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究全体を通して明らかにされたことは、グラディエントフローの方法が、極めて限定的な系にのみ成り立つものではなく、広く様々な理論において、成り立つものであるということである。これによりSU(N) Yang-Mills理論、格子ゲージ理論での応用のみに留まらず、超対称性理論、及び現象論や自発的対称性の破れの解析などの新たな応用へとつながった。本研究におけるグラディエントフローの基礎的な解析により、その適用範囲が拡張され、より一般的に理解されたことは、今後の場の量子論の解析手法の発展において、非常に大きな学術的意義をもつ。

研究成果の概要（英文）：The gradient flow is a new procedure to suppress the divergence in gauge theory. The gradient flow equation is a kind of diffusion equation, and the correlation function of the flow field given by the solution has a good property, which is called the ultraviolet (UV) finiteness. In the gradient flow, any correlator of the flowed field is UV finite without any extra renormalization at positive flow time if the four-dimensional theory is properly renormalized. This research is the foundation of the method of quantum field theory, which focuses on the properties of the equation itself.

The results of this research can be roughly divided into two categories. One is the theoretical aspect of the gradient flow equation, especially its extension to supersymmetric theory. The other is phenomenological applications, in particular, a new method to obtain sphaleron solutions and to study the phase structure of spontaneous gauge symmetry breaking using the gradient flow method.

研究分野：素粒子論

キーワード：場の量子論 グラディエントフロー 超対称性 自発的対称性の破れ

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

場の量子論は、現代物理学における基礎理論の1つとして、非常に重要な役割を担っている。素粒子物理学に限らず、物性物理学も含め、もはや場の量子論無しには語る事が出来ないと言っても過言では無い。場の量子論の解析において大きな問題となるのは、発散である。理論の対称性を保ちながら発散を取り除く手法の研究は、場の量子論において重要なテーマの1つである。本研究では、発散を取り除く新たな方法として、グラディエントフローという手法に着目する。

2. 研究の目的

グラディエントフローとは、ゲージ場の量子論の発散を押さえる新しい解析手法である。グラディエントフロー方程式は一種の拡散方程式で、その解で与えられるフロー場の相関関数は、新たな繰り込みを必要とせず、紫外発散が出ないという性質を持つ。この有限性の性質を使って、格子理論を中心に広く研究が行われている。本研究は、これら応用発展の目覚ましいグラディエントフロー方程式そのものの性質に着目した、場の量子論の手法の基盤となる研究である。本研究の目的は、グラディエントフローの方法を用いて新しい場の理論の解析手法を確立し、それをもとに場の理論の非摂動的性質を解明することである。

3. 研究の方法

本研究は、大きく分けて2つの方向性で研究を行った。1つはグラディエントフローそのものの数理的性質、物理的な意味を明らかにするための基礎的な研究である。具体的にはグラディエントフローの超対称性の拡張を考えることで、この手法のグラディエントフローがもつ特殊な有限性という性質が何に依存しているのか、物理的な意味を解明することに繋げる。もう1つは現象論的応用である。グラディエントフローの有限性の性質を使うことで様々な現象論的な応用が考えられる。本研究ではグラディエントフローを、スファレロン解を見つける方法として用いること、及び、自発的対称性の秩序変数の定義に用いることで、新たな手法の開発を行った。

4. 研究成果

(1) 超対称性グラディエントフローの場の理論

超対称グラディエントフローの中でも特に4次元 Wess-Zumino 模型に対するグラディエントフローに着目した。この模型は、スカラー場とフェルミオン場が相互作用する最も単純な超対称模型であり、また、非繰り込み定理が成り立ち、超対称性がグラディエントフローの有限性のメカニズムにどのような影響を与えるのかを調べる良き試金石となる。本研究ではフロー方程式を成分場形式と超場形式の2つのもとで構成し、それらが同じ式を与えることを示した。Off-Shell ではフロー発展と超対称変換は可換であり、On-Shell では非可換になることを明らかにした。この式は適切な座標系のもとで摂動的な解を求めることができ、解の振る舞いは、通常、グラディエントフローで多く見られるような単なる減衰型ではなく、減衰振動型となる点が特徴的である。

また、この模型では非繰り込み定理が成り立つため、通常のフローよりも強い制限が得られる。この性質を使って、ゲージ化されていない理論であっても、相互作用を取り入れたグラディエントフローの構成について一般論を展開する方法を模索した。その結果、グラディエントフローの方法を本模型に適用し、繰り込み不変なパラメータだけを持つように変数変換を行いフロー方程式を構成することで、相互作用を含む超対称性フロー理論が紫外有限になることを、非繰り込み定理と適切な初期条件によって、摂動の全次数において示した。この模型では、ゲージ理論とはまったく異なるメカニズムによって紫外有限となっており、ゲージ対称性が無い理論でもグラディエントフローが働く1つの例になっている。これにより、ある種の模型に関してはゲージ対称性が無くても相互作用も含むフロー方程式の紫外有限性の議論が可能となる。

(2) グラディエントフローの現象論的応用

スファレロン解

グラディエントフロー方程式は作用のグラディエントで与えられることから、古典解を求める手法としても応用できる。グラディエントフローの新たな現象論的応用として、スファレロン解を求める方法を提唱した。通常のフロー方程式に、適切な修正項として Chern-Simons 数のグラディエントを加えたものを新しいフロー方程式として提案した。具体的に SU(2) ヒッグス模型に適用し、この新しい手法で求めたものと、既存のスファレロン解の値が一致することを確かめた。さらに実際この計算において Chern-Simons 数が半整数に収束することを示した。

自発的ゲージ対称性の破れ

グラディエントフローのもつ有限性の性質を使い、自発的ゲージ対称性の破れの新しい秩序変数をフロー場を用いて定義し、相構造を調べる新しい解析手法を提案した。研究の最初のステップとして、 $U(1)$ ヒッグス模型の対称性相に対し解析を行い、フロー時間の無限大極限においてこの秩序変数が 0 になるという無矛盾な結果を得た。これは自発的ゲージ対称性の破れの相構造を解析するにあたって、グラディエントフローの手法の有効性を示すものである。

これらの研究成果から明らかにされたことは、発散の困難により解析が進まない問題に対して、より根本的な立場からアプローチする、場の量子論の新しい解析手法として、グラディエントフローの方法は非常に有効であり、研究を発展させる意義があるということである。本研究により更に新たな非摂動的解析手法に繋がり、場の量子論の数学的な定式化、及び具体的な諸問題に対する多角的な検証が進むという意味で、本研究は物理学的に大変意義がある。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Yu Hamada, Kengo Kikuchi	4. 巻 101
2. 論文標題 Obtaining the sphaleron field configurations with gradient flow	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.101.096014	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Kadoh Daisuke, Kikuchi Kengo, Ukita Naoya	4. 巻 100
2. 論文標題 Supersymmetric gradient flow in the Wess-Zumino model	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.100.014501	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Kadoh Daisuke, Kikuchi Kengo, Ukita Naoya	4. 巻 107
2. 論文標題 Perturbative analysis of the Wess-Zumino flow	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevD.107.125015	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Kengo Kikuchi, Kenji Nishiwaki, Kin-ya Oda	4. 巻 83
2. 論文標題 Gradient-flowed order parameter for spontaneous gauge symmetry breaking	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 European Physical Journal C	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1140/epjc/s10052-023-11553-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 加堂大輔, 菊地健吾, 浮田尚哉
2. 発表標題 グラディエントフローと非線り込み定理
3. 学会等名 日本物理学会2020年秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 濱田佑, 菊地健吾
2. 発表標題 Sphaleron from gradient flow
3. 学会等名 日本物理学会2020年秋季大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 加堂大輔, 菊地健吾, 浮田尚哉
2. 発表標題 Wess-Zuminoグラディエントフローの紫外有限性
3. 学会等名 日本物理学会第76年次大会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 加堂大輔, 菊地健吾, 浮田尚哉
2. 発表標題 Wess-Zuminoグラディエントフローの有限性
3. 学会等名 日本物理学会第75年次大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 加堂大輔, 菊地健吾, 浮田尚哉
2. 発表標題 Wess-Zumino模型に対するグラディエントフロー方程式
3. 学会等名 日本物理学会2018年秋季大会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 菊地健吾
2. 発表標題 Wess-Zumino模型に対するグラディエントフロー方程式
3. 学会等名 第8回日大理工・益川塾連携素粒子物理学シンポジウム
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 加堂大輔, 菊地健吾, 浮田尚哉
2. 発表標題 Wess-Zuminoグラディエントフローとその摂動論
3. 学会等名 日本物理学会第74年次大会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 菊地健吾, 西脇健二, 尾田欣也
2. 発表標題 グラディエントフローによるゲージ対称性の自発的破れの秩序変数
3. 学会等名 日本物理学会2023春季大会
4. 発表年 2023年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------