

令和 5 年 5 月 26 日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2022

課題番号：18K18007

研究課題名（和文）到着の非斉時性と受付期間の有限性を反映した待ち行列モデルに関する研究

研究課題名（英文）Studies on Queuing Models Incorporating Time-Inhomogeneity and Finite Reception Period

研究代表者

井上 文彰（Inoue, Yoshiaki）

大阪大学・大学院工学研究科・准教授

研究者番号：40779914

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、病院、役所、学生食堂、空港など人に対してサービスを提供するシステムを表現する待ち行列モデルの解析法を考察した。このようなシステムの大きな特徴は、利用要求の到着頻度が時刻に依存して異なること、ならびに、多くの場合、受付期間が有限であるという点である。本研究では、本質的に時間軸を離散化する近似に依拠している従来のアプローチとは異なり、数値計算に適しておりかつ汎用的なモデルのクラスを新たに導入することで、連続時間システムを数値的に直接取り扱う方法論を確立した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

通常の待ち行列モデルではシステムへの利用要求の到着の性質が時間的に不変であることを仮定した上で、非常に長い時間経過したときの平均的な系の振る舞いを考察しているが、このようなモデルは、病院や空港といった、人が利用するサービスシステムには必ずしも適合しないという問題点がある。到着の性質が時間に依存する待ち行列については過去にも研究があるが、時間依存性に対する表現方法が必ずしも柔軟でないという課題があった。本研究は、新しい時間依存性を表す方法として新しいアプローチを導入し、このような待ち行列モデルの分析法を学術的に進展させたものである。

研究成果の概要（英文）：In this study, analytical methods for queuing models that represent systems providing services to people, such as hospitals, municipal offices, student cafeterias, and airports were considered. A specific feature of such systems is that the rate of arrivals varies depending on the time, and in many cases, the reception period is finite. Unlike traditional approaches that essentially rely on the approximation of discretizing the time axis, this study has established a methodology to numerically handle continuous-time systems directly by introducing a new class of models that are suitable for numerical calculations while being versatile.

研究分野：待ち行列理論

キーワード：待ち行列理論

1. 研究開始当初の背景

多数の利用者が限られた資源を共有するとき、そこにはしばしば混雑や待ちが発生する。空港の保安検査場における混雑や、病院外来での待ち、スーパーマーケットの会計待ちなどは、その典型例である。混雑や待ちは多くの場合サービスの品質に直結するため、その定量的把握がサービス提供者にとって重要な課題となる。このような場面において用いられるのが、待ち行列理論である。待ち行列理論では、混雑や待ちが生じる状況を抽象化した「待ち行列モデル」が考察の対象となる。これは、システムに到着した「客」が順番に「サービス」を受けて、サービスを受け終えた客はシステムから離脱するというモデルであり、その単純さゆえに、非常に幅広い状況に適用可能である。通常は、客の到着間隔と、一人あたりのサービスに要する時間が、それぞれ非負の確率分布に従う確率変数であると仮定することで、システムの時間発展を確率過程として定式化する。

標準的な待ち行列理論では、サービス利用者の到着を支配する確率過程が時間的に同質であるとする、「斉時性」の仮定が本質的となっている。通常は、この仮定に加えて、観測期間が無限とみなせるほど長いという前提の下、各種の定常分布が性能評価指標として用いられる。これらは、短期間に非常に多数の利用要求が多重化されて到着する、情報通信ネットワークや計算機システムにおいては比較的妥当な仮定である一方、病院や空港などのサービス施設では大半の場合、このようなモデルの適用は難しい。これは、多くのサービス施設で生じる待ち行列に共通する性質である、到着の非斉時性ならびに受付期間の有限性が、待ち行列のダイナミクスに大きな影響を与えるためである。

2. 研究の目的

本研究では、上記のような到着の非斉時性ならびに受付期間の有限性という、病院、役所、学生食堂、空港など人に対してサービスを提供するシステム(サービスシステム)を表現する待ち行列モデルの解析法ならびにデータ分析法を考察することを目的とした。従来より、このようなシステムは到着率が時間に依存する待ち行列としてモデル化され、その解析法が考察されてきたが、従来の数値計算アプローチはいずれも本質的に時間軸を離散化する近似に依拠しており、連続時間システムを数値的に直接取り扱う方法論は報告されて来なかった。本研究では特に、このような取り扱いの難しい問題に対して、新しい数理的アプローチを与えることを目指した。

3. 研究の方法

本研究では、相型分布が非負確率分布を任意の精度で近似可能であるという数学的事実に着想を得た、新しい時間依存関数のクラスを導入するというアプローチにより、上記の目的の達成に臨んだ。一般に、(有限状態の)相型分布の確率分布関数、補分布関数ならびに確率密度関数は、離散確率分布であるポワソン分布の確率関数を用いた非負整数の重み付き和として表現することができる。すなわち、相型分布の汎用性の高さは、非負実数列のポワソン確率関数を用いた重み付き和によって表現される実関数全体がなすクラスが、数理モデリングを行う上で非常に有用なほどに広い範囲をカバーするものとなっていることを意味する。よって、待ち行列モデルにおける非斉時性をこのような関数形に限定して取り扱うことによって、実用上の一般性はほとんど失われない。

一方で、このようなポワソン確率関数を用いた重み付き和として表現される関数のクラスは、待ち行列モデルの解析上現れるさまざまな演算に関して閉じており、関数を厳密に同定するためには高々可算無限個の非負実数を特定するだけでよい。さらに、ポワソン確率関数は当然、裾野において減衰するため、数値計算上は、有限個の非負実数値を求めるだけで関数が定まることとなる。本研究では、このような着眼点に基づいて、到着の非斉時性ならびに受付期間の有限性を組み入れた待ち行列モデルに対する新しいモデリングならびに解析アプローチを探索した。

4. 研究成果

前述のアイデアに基づいて、非斉時性を有する連続時間マルコフ連鎖の新しいクラスを定義した。具体的には、斉時な連続時間マルコフ連鎖の推移速度行列のなす系列を考え、その系列に対し、時刻を平均値のパラメータとして組み入れたポワソン確率関数による重み付き和として、非斉時の連続時間マルコフ連鎖の推移速度行列を定義した。そして、このような形式で表される非斉時の連続時間マルコフ連鎖のなすクラスについて考察した。

まず、本研究で導入した非斉時連続時間マルコフ連鎖は、有限時間区間上で定義された、あらゆる(有界な推移速度をもつ)非斉時連続時間マルコフ連鎖を任意の精度で近似できることを数学的に証明した。この結果は、本研究で導入した非斉時連続時間マルコフ連鎖がなすクラスは、相型分布が待ち行列モデリングにおいて汎用的な役割を果たしているのと同様に、非斉時性ならびに受付期間の有限性を有する待ち行列に対するモデリングの道具としての高い汎用性を有していること示している。

さらに、本研究では、このように導入した非斉時連続時間マルコフ連鎖に対し、状態空間が有限であるという仮定の下で一般に適用可能な数値計算アルゴリズムを確立した。このアルゴリズムは、従来の手法とは異なり、時間軸の離散化を行うことなく、連続時間非斉時マルコフ連鎖の過渡状態確率を直接計算することを可能にするものである。また、この計算アルゴリズムは非負実数の加算ならびに乗算のみから構成されているため、桁落ちに代表されるような数値的精度低下が起こらない、安定な手法となっている。

本研究課題では上記に加えて、これと関連の深い研究を複数行っている。一つは、人を対象とするサービスシステムにおいてしばしば見られる、行列への参加放棄や途中退去といった性質を考慮した待ち行列モデルに関するものである。特に、部分情報のみが得られるデータからモデルパラメータを推定する問題を考え、適切な尤度関数の設計に基づいたパラメータ推定手法を考案し、さらにその漸近的性質について数理的結果を導出した。他にも、上記で述べた数理的アプローチとは異なり、データ駆動型の研究も実施した。これは、病院外来において収集・蓄積された実データに基づいたものであり、日々の確率的変動が非常に大きい待ち行列システムに対し、サービスシステムの処理能力（キャパシティ）を推定する方法に関するものである。

本研究で得られた成果は、非斉時性ならびに受付期間の有限性という、人が利用するサービスシステムにおける混雑現象をモデル化するための数理的道具立てを与えるものである。特に、本研究課題の主結果は、従来は困難であると思われていた、連続的にシステムパラメータが変化する状況に対する解析を計算機上で直接行うことを可能にすることを示した初めての成果であり、大きな学術的なインパクトをもつ。今後は、本研究課題において整備した数理モデリングのアプローチに基づいて、様々な実システムにおける混雑現象をそのシステム特有の状況を組み入れたモデルによって解析するという応用的発展や、今回導入した非斉時マルコフ連鎖のクラスをより一般的な状態空間ならびに確率法則を有する確率過程へと拡張するという理論的発展など、複数の方面でのさらなる進展を視野に入れている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計9件（うち査読付論文 8件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 1件）

| | |
|---|-------------------------------|
| 1. 著者名 Inoue Yoshiaki, Ravner Liron, Mandjes Michel | 4. 巻 - |
| 2. 論文標題 Estimating Customer Impatience in a Service System With Unobserved Balking | 5. 発行年 2022年 |
| 3. 雑誌名 Stochastic Systems | 6. 最初と最後の頁 - |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1287/stsy.2022.0101 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 該当する |
| 1. 著者名 Inoue Yoshiaki, Kimura Tomotaka | 4. 巻 39 |
| 2. 論文標題 Age-Effective Information Updating Over Intermittently Connected MANETs | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 IEEE Journal on Selected Areas in Communications | 6. 最初と最後の頁 1293 ~ 1308 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/JSAC.2021.3065031 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |
| 1. 著者名 Inoue Yoshiaki | 4. 巻 65 |
| 2. 論文標題 A NEW APPROACH TO COMPUTING THE TRANSIENT-STATE PROBABILITIES IN TIME-INHOMOGENEOUS MARKOV CHAINS | 5. 発行年 2022年 |
| 3. 雑誌名 Journal of the Operations Research Society of Japan | 6. 最初と最後の頁 48 ~ 66 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.15807/jorsj.65.48 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である） | 国際共著 - |
| 1. 著者名 Inoue Yoshiaki | 4. 巻 147 |
| 2. 論文標題 Queueing analysis of GPU-based inference servers with dynamic batching: A closed-form characterization | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 Performance Evaluation | 6. 最初と最後の頁 102183 ~ 102183 |
| 掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1016/j.peva.2020.102183 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|---------------------------|
| 1. 著者名 Inoue Yoshiaki, Kodama Takahiro, Kimura Tomotaka | 4. 巻 20 |
| 2. 論文標題 Global Optimization of Relay Placement for Seafloor Optical Wireless Networks | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 IEEE Transactions on Wireless Communications | 6. 最初と最後の頁 1801 ~ 1815 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TWC.2020.3036701 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|-----------------|
| 1. 著者名 Fukushige Haruna, Ishii Atsue, Inoue Yoshiaki, Yamaguchi Akiko, Hosona Mio, McCarthy Kinuko, Williamson Akiko, Taniura Yoko, Nakashima Keisuke | 4. 巻 - |
| 2. 論文標題 Identifying periodicity in nurse call occurrence: Analysing nurse call logs to obtain information for data based nursing management | 5. 発行年 2021年 |
| 3. 雑誌名 Journal of Nursing Management | 6. 最初と最後の頁 - |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1111/jonm.13258 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|---------------------------|
| 1. 著者名 Yoshiaki Inoue, Hiroyuki Masuyama, Tetsuya Takine, Toshiyuki Tanaka | 4. 巻 65 |
| 2. 論文標題 A General Formula for the Stationary Distribution of the Age of Information and Its Application to Single-Server Queues | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 IEEE Transactions on Information Theory | 6. 最初と最後の頁 8305 ~ 8324 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TIT.2019.2938171 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名 Yoshiaki Inoue | 4. 巻 56 |
| 2. 論文標題 Comparison Results for M/G/1 Queues with Waiting and Sojourn time Deadlines | 5. 発行年 2019年 |
| 3. 雑誌名 Journal of Applied Probability | 6. 最初と最後の頁 524 ~ 532 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/jpr.2019.25 | 査読の有無 有 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

| | |
|--|-------------------------|
| 1. 著者名 井上文彰 | 4. 巻 63 |
| 2. 論文標題 連続時間マルコフ連鎖における過渡状態確率の数値計算 | 5. 発行年 2018年 |
| 3. 雑誌名 オペレーションズ・リサーチ | 6. 最初と最後の頁 493 ~ 500 |
| 掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし | 査読の有無 無 |
| オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難 | 国際共著 - |

〔学会発表〕 計7件 (うち招待講演 1件 / うち国際学会 4件)

| |
|--|
| 1. 発表者名 Yoshiaki Inoue |
| 2. 発表標題 The Probability Distribution of the AoI in Queues with Infinitely Many Servers |
| 3. 学会等名 The 3rd Age of Information Workshop (AoI'20) in conjunction with IEEE INFOCOM 2020 (国際学会) |
| 4. 発表年 2020年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Yoshiaki Inoue |
| 2. 発表標題 The Probability Distribution of the AoI in Queues with Infinitely Many Servers |
| 3. 学会等名 The 3rd Age of Information Workshop (AoI'20) in conjunction with IEEE INFOCOM 2020 (国際学会) |
| 4. 発表年 2020年 |

| |
|--------------------------------------|
| 1. 発表者名 井上文彰, 小玉崇宏, 木村共孝 |
| 2. 発表標題 海底光無線ネットワークにおけるリレー端末の最適配置 |
| 3. 学会等名 電子情報通信学会ネットワークシステム研究会 |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|-----------------------------|
| 1. 発表者名 井上文彰 |
| 2. 発表標題 GPU推論サーバの待ち行列モデル |
| 3. 学会等名 2019年度待ち行列シンポジウム |
| 4. 発表年 2019年 |

| |
|---|
| 1. 発表者名 Yoshiaki Inoue |
| 2. 発表標題 Analysis of the age of information with packet deadline and infinite buffer capacity |
| 3. 学会等名 The 2018 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT 2018) (国際学会) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|--|
| 1. 発表者名 Yoshiaki Inoue |
| 2. 発表標題 On the Loss Probabilities in Two Types of M/G/1 Queues with Impatient Customers |
| 3. 学会等名 The 13th International Conference on Queueing Theory and Network Applications (QTNA2018) (国際学会) |
| 4. 発表年 2018年 |

| |
|--------------------------------------|
| 1. 発表者名 井上文彰 |
| 2. 発表標題 既存データからみる看護管理 病院内の「待ち」をみる |
| 3. 学会等名 第22回日本看護管理学会学術集会 (招待講演) |
| 4. 発表年 2018年 |

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

| | 氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号) | 所属研究機関・部局・職 (機関番号) | 備考 |
|--|---------------------------|-----------------------|----|
|--|---------------------------|-----------------------|----|

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

| 共同研究相手国 | 相手方研究機関 | | | |
|---------|-----------|--|--|--|
| オランダ | アムステルダム大学 | | | |
| イスラエル | ハイファ大学 | | | |