

令和 4 年 6 月 23 日現在

機関番号：10104

研究種目：若手研究

研究期間：2018～2021

課題番号：18K18027

研究課題名(和文)大規模並列論理ソルバと記述計算量への応用

研究課題名(英文)Large-scale parallel logic solvers and applications using complexity

研究代表者

ジョーダン チャールズハロルド(Jordan, Charles)

小樽商科大学・商学部・准教授

研究者番号：60647577

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円

研究成果の概要(和文)：並列計算機の普及と高速アルゴリズムが極めて有向な組合せで様々な分野で応用されてきた。問題を数理論理で表し、その式化された問題を解く論理ソルバも近年広く応用される。本研究の目的は、(1)近年話題になった「量化されたブール式問題」(QBF)論理ソルバをより大規模な並列計算機で利用できるようにすること及び(2)このような論理ソルバを数学未解決問題に適応できることになった。

成果は主に(1)本研究で開発してきた並列ソルバをフリーソフトとして公開、(2)現在公開準備中の環境においてこれをグラフ理論の未解決問題に適応するフレームワークの開発、(3)当初想像しなかった幾何計算での論理ソルバの応用になる。

研究成果の学術的意義や社会的意義

近年並列計算機および高速アルゴリズムを様々な分野や問題に適応されている。本研究の成果では、より大規模な並列計算機で高速論理ソルバが利用できるようになったことと、記述計算量に基づくフレームワークを利用することによって、最新QBFソルバを利用する時のより記述しやすい高水準言語が使えるようになった。また、当初想像しなかった幾何計算での応用も量子物理学に應用があり、他の研究者に利用されると期待できる。これらは実装し、フリーソフトとして公開するため、無料で自由に使える研究道具になっている。

研究成果の概要(英文)：The rapid development of parallel computers and high performance algorithms has found countless applications in recent years. Formalizing a problem in logic, and then solving the formalized problem has proven to be a particularly powerful approach. The basic goals of this research project were (1) developing parallel logic solvers (in particular for QBF) and (2) applying these logic solvers to mathematical questions via finite model theory. The main results were (1) development of an initial parallel logic solver cmdqbf, (2) development of a framework for applying QBF solvers via finite model theory (currently under preparation for releasing) and (3) initially unplanned application of logic solvers to questions in computational geometry.

研究分野：アルゴリズム、形式論理

キーワード：QBF 並列論理ソルバ QBFソルバ

## 1. 研究開始当初の背景

近年は計算機の進化、マルチコア等並列システムの普及と高速アルゴリズムの研究が非常に有向な組合せになり、従来現実的ではないと思われた計算が様々可能になってきた。これを代表する具体例として、コンピューターによる囲碁プログラムの成功が挙げられるが、研究開始当初は大規模な並列計算が様々な分野で応用されていた。計算問題の一つの充足可能性問題(SAT)を解く SAT ソルバの高速実装がその一例で、計算量理論等理論的に有名な計算問題の一つである。しかし、理論だけではなく、数学の未解決問題や企業の問題に幅広く適応されてきて、近年は高速な並列 SAT ソルバが話題になって極めて有向な道具になってきた。

しかし、計算量理論から分かるように SAT に効率的に帰着(書き換え)できない計算問題も多くあり、それらを解く時 SAT ソルバを直接効率的に応用できない。計算量理論の始点から考えると、このような問題の一部に対し、SAT の一般化である QBF という計算問題で表せる。つまり、その問題を QBF に書き換え QBF ソルバを応用するのが望ましいが、QBF はまだ SAT ほど普及していない。今後普及されると思われるので、分野として近年は大きな機会だと思われる。

QBF ソルバに関する国際コンペティションは近年賑やかで様々な応用例が出ているが、大規模な並列計算機を効率よく使う並列ソルバが極めて少ないことが本研究のきっかけになった。具体的には、研究開始の前新学術領域「ELC」の研究プロジェクトで QBF ソルバを利用して計算量理論の帰着と呼ばれるものを探索していた。未解決な場合は経験的にかなり複雑な計算問題のため、スパコン等大規模な並列計算機を利用したかったが、その時点はオープンソース並列 QBF ソルバが公開されていなかった。

つまり、研究開始当初の時は QBF ソルバの面白い応用が様々あったが、未解決問題程度の複雑な問題の場合は大規模な並列計算機を効率よく利用できる並列 QBF ソルバが不十分だった。また、QBF ソルバを利用する時は自分の解きたい計算問題を記述するための高水準言語も不十分なところがあった。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は以上のような背景で、次世代の論理ソルバ技術の開発・実装・応用になる。具体的な研究項目を挙げる：

1. 並列QBFソルバに関する基礎的な研究とその実装・開発。
2. それらを私が興味のある分野における未解決問題に応用するための基礎的な研究(エンコーディング等)と実際の応用。
3. その他SATソルバで効率的に解けない計算問題で高性能論理ソルバの応用。

本研究の主な目的は、数学の未解決問題等難しい計算問題に大規模な並列計算機と論理ソルバの組合せを利用できるようにすること。そのため、まずは近年の並列計算機を効率よく利用できるように大規模な並列 QBF ソルバの基礎技術と効率良い実装が必要である。並列 QBF ソルバを開発する場合、最新 QBF ソルバをベースにし、探索空間を効率よく分けながら全体的にバランスを取ることが重要になる。

大規模な並列 QBF ソルバの目的の一つは、数学等の未解決問題に適応することである。つまり、上記述べた並列 QBF ソルバを用いて、スパコンや大きなクラスターを利用して、計算量理論やグラフ理論の未解決問題をターゲットになる。問題によって、完全に解決するよりは限られている空間において判例があるかを検査することが目的になるが、論理ソルバという新しいアプローチに基づいてこのような研究分野の未解決問題を目指す。

本研究は QBF ソルバが基礎になっているが、分野や計算問題の例によって他の論理で表すことが自然である。論理によっては、計算量理論や記述計算量に基づいて QBF に書き直せる場合があるので、より使いやすい論理を高水準言語として利用して自動的に QBF に書き直す環境が重要になる。また、論理によっては QBF ソルバではなく他の論理ソルバを利用の方が効率の良いため、解く問題を目的になるため QBF 以外の高性能論理ソルバを利用する場合がある。

### 3. 研究の方法

研究の方法は上記の目的にしたがって、3つに分けて分類する。まずは、大規模な並列 QBF ソルバの基礎的な研究と開発については、2014 年に私と共同研究者が初めてのオープンソース分散 QBF ソルバを作ったがより良いソルバにする必要があったため、その経験に基づいて最初からやり直し、本研究で高性能並列ソルバを `cmdqbf` として実装した。従来ソルバとの違いは主に、(1)全体の探索空間を部分問題に分ける方法、(2)何の部分問題を何のソルバでいつまで解こうとするか、(3)利用するソルバと利用する機能が挙げられる。基本的に最新の順次 QBF ソルバを基礎にしているが、QBF 等の探索問題において問題によって特別に良い設定等があるため、ダイバーシティを利用している。つまり、並列ソルバにおいて全てのソルバが同じ作業をするのではなく、ソルバによって異なる設定等を利用することによって様々な問題に対して安定している。

上記の目的では並列 QBF ソルバが重要だが、それ以外にも並列 QBF ソルバ以外にも数学等の未解決問題を目指すため表現力のある高水準言語を使うことが現実的に必要である。具体的に述べると、従来 QBF の高水準言語として二回述語論理が使われるが、本研究では記述計算量に基づいて二階述語論理に推移閉包の演算子を追加することを行った。記述計算量に基づいて、二回述語論理 + 推移閉包の演算子で表せる性質はちょうど QBF で効率よく表現できる性質になるため、高水準言語として理想的な選択肢の一つになる。また、グラフ理論の未解決問題等では、推移閉包の演算子が便利なもので、従来の高水準言語より期待できる。

上記の道具の組合せを利用し、数学等における未解決問題とその限られた空間での判例があるかを検査してきた。

### 4. 研究成果

本研究の成果は主に次の3つに分けられる：

1. 新しい並列 QBF ソルバをオープンソース `cmdqbf` として実装・公開。
2. QBF の高水準言語として従来使われた二回述語論理に推移閉包の演算子を追加。
3. 研究開始当初想像していなかった論理ソルバ応用。

新しい並列 QBF ソルバを `cmdqbf` として実装・公開した。残念ながら、近年は国際 QBF コンペティションにおいて、並列ソルバが参加できる部門がなかった。`cmdqbf` は最初のバージョンを公開し、開発を現在も続けている。

QBF の高水準言語として従来使われた二回述語論理に推移閉包の演算子を追加して、私が従来から開発している記述プログラミング環境 `de` で実装した。この高水準言語を含むリリースは今年中公開するつもりだが、近年 QBF のコミュニティーで話題になっている連言標準形 (CNF) 以外の形式を利用している。この環境と上記の並列ソルバの組合せを利用して数学の未解決問題について限られた探索空間に判例がないかを検査できるようになった。

研究開始の時は QBF よりも計算量の高い論理は考えていなかったが、論理の適切な選択は応用によって異なる。研究期間中は量子物理において、幾何計算の分野の計算問題が解きたいと連絡がきた。従来法とその並列化は現実的ではないと分かったが、最終的に SMT と呼ばれる論理ソルバに基づく新しいアプローチが有効だと分かった。このアプローチを `checkpred` と呼ばれる新しいプログラムで実装し、幾何計算で利用される `lrslib` 内でオープンソースとして公開された。

上記の主な成果の中、オープンソースとして開発・公開しているものが多いため、異分野の研究者や企業が自由に使えるものになっている。オープンソースとして、研究道具を提供することも重要な成果だと考えている。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 4件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 David Avis and Charles Jordan	4. 巻 arXiv:2101.12425
2. 論文標題 lrsarith: a small fixed/hybrid arithmetic C library	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 arXiv	6. 最初と最後の頁 1--14
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 David Avis and Charles Jordan	4. 巻 36(2-3)
2. 論文標題 mts: a light framework for parallelizing tree search codes	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Optimization Methods and Software	6. 最初と最後の頁 279-300
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1080/10556788.2019.1692344	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 David Avis, Charles Jordan	4. 巻 10(2)
2. 論文標題 mplrs: A scalable parallel vertex/facet enumeration code	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Mathematical Programming Computation	6. 最初と最後の頁 267-302
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s12532-017-0129-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

1. 著者名 Charles Jordan, Michael Joswig, Lars Kastner	4. 巻 25(3)
2. 論文標題 Parallel Enumeration of Triangulations	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Electronic Journal of Combinatorics	6. 最初と最後の頁 #P3.6
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

小樽商科大学でのウェブページ(研究論文やオープンソース実装) <a href="https://www.otaru-uc.ac.jp/~skip/">https://www.otaru-uc.ac.jp/~skip/</a>
フリーソフトとして実装した、本研究の並列QBFソルバ(2020年から公開) <a href="https://www.otaru-uc.ac.jp/~skip/sw/cmdqbf/">https://www.otaru-uc.ac.jp/~skip/sw/cmdqbf/</a>
フリーソフトとして実装した記述的プログラミング環境de(本研究のQBFの高水準言語SO(TC)を追加) <a href="https://www.otaru-uc.ac.jp/~skip/sw/de/">https://www.otaru-uc.ac.jp/~skip/sw/de/</a>
幾何計算のフリーソフトlrslib v7.2 (2021年3月公開)に論理ソルバを応用する新しい機能追加(checkpred) <a href="http://cgm.cs.mcgill.ca/~avis/C/lrs.html">http://cgm.cs.mcgill.ca/~avis/C/lrs.html</a>

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------