

平成22年 5月17日現在

研究種目：基盤研究(A)

研究期間：2007～2009

課題番号：19200001

研究課題名（和文） 情報補填を可能にするアルゴリズムの設計と解析

研究課題名（英文） Design and Analysis of Algorithms for Insufficient Information

研究代表者

岩間 一雄 (IWAMA KAZUO)

京都大学・情報学研究科・教授

研究者番号：50131272

研究成果の概要（和文）：入力情報の不完全性をいかに克服する（情報を補填する）かが現代アルゴリズムの大きな課題となっている。本研究では、そのようなアルゴリズムが有すべき性質を厳密に議論し、具体的な設計技法と評価手法を含めた体系を作り上げることを目的として、研究を行った。結果として、オンライン、ネットワーク、マッチング、確率、幾何、分散等多岐にわたる分野で効率よいアルゴリズムの開発に成功した。

研究成果の概要（英文）：One of the main challenge in modern algorithm design is to cope with insufficient information (to complement information). In this study, we rigorously discuss the desirable property of such algorithms and try to construct a framework for it including design techniques and evaluation method. As a result, we obtain efficient algorithms in various fields such as online, network, matching, randomized, geometric and distributed algorithms.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	3,500,000	1,050,000	4,550,000
2008年度	11,100,000	3,330,000	14,430,000
2009年度	11,100,000	3,330,000	14,430,000
年度			
年度			
総計	25,700,000	7,710,000	33,410,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：アルゴリズム理論・理論的性能保証

1. 研究開始当初の背景

情報過多の時代と言われているが、実は入力情報の不完全性をいかに扱うかが現代アルゴリズムの大きな課題となっている。たとえば、インターネット規模の通信経路設計や商品相場のような時々刻々と変動する系に対するアルゴリズム設計等においては、最適

計算に必要な入力データそのものが不十分な形でしか得られない。将来の入力の変動が予測できない条件のもとで、現在の行動を決定するアルゴリズムを設計する必要があり、さらにその行動の良さを何らかの形で数学的に評価し、保証する必要がある。また、主観を含む web 検索の結果の良さを評価する

場合など、数学的解釈に耐えうる簡潔性を有し、かつ社会的要請に合致した妥当な評価モデルを見出すことさえ容易ではない。こうした、正確さや決定性の議論といった従来からの観点のみではない広い意味での計算困難問題に対して、高速に近似最適解を得る、スケーラビリティを重視した情報処理技術が重要になっている。しかし、単純な発見的手法等に頼ったアルゴリズムでは、計算量のメリットと想定外の入力時の犠牲のトレードオフが分からない場合が多々ある。設計時に考慮していなかった稀な入力に対してでも、到底許容できないような劣悪な計算結果によって大きな被害をもたらす場合が少なからず存在すると言われている。

2. 研究の目的

本研究では、上記で述べたような情報不足の状況をモデル化した上で、このモデルのもとで入力情報の不完全性を克服する（情報を補填する）アルゴリズムがいかにあるべきかを議論し、その具体的な設計技法と評価手法を含めた体系を作り上げることである。鍵となるのは、不完全な入力情報を取り扱うアルゴリズムに対して、その品質保証をいかに理論的に厳密に行うかである。具体的には、近似計算、オンライン計算、確率計算（含む量子計算）、通信効率の高い計算、安全性の高い計算、分散計算等の個々の枠組みに沿った要素技術をもとに、これを発展させた総合的な品質保証技術を確立する。また、こうした新しい品質保証技術を基盤とする方向へ、アルゴリズムの設計パラダイムをシフトさせる。

3. 研究の方法

以下のテーマ分担に基づき研究を遂行した。(1)ネットワークアルゴリズム (伊藤)。(2)安定マッチングアルゴリズム (宮崎)。(3)SAT アルゴリズム (渡辺, 玉置)。(4)確率的アルゴリズム (岩間)。(5)オンラインアルゴリズム (堀山)。(6)分散アルゴリズム (山下)。(7)幾何アルゴリズム (徳山)。(8)幾何的配置アルゴリズム (加藤)。(9)ロバスタアルゴリズム (杉原)。

研究の進展をアルゴリズム設計の分野全体へと波及させるため、以下の4項目を推進した。(1)研究集会の実施。(2)海外研究者の招聘。(3)ポスドク研究員の雇用。(4)研究成果の公表と社会的啓発。

4. 研究成果

以下では、本研究における成果のうち、主な結果のみを選択して述べる。

(1) 2 サーバ問題に対する乱択アルゴリズムの競合比解析

k サーバ問題は、平面（より一般には任意の距離空間）上に k 個のサーバが配置されており、平面のどこかの位置に要求が発生するたびに、k 個のうちいずれか 1 つのサーバをその位置に移動させることを考える問題である。プレイヤーは将来の入力（要求される位置や回数）を知らないまま、各時点でどのサーバを動かすか決定する必要がある。サーバを移動させた距離がコストとなり、コストの最小化を目標とする。この問題には k サーバ予想と呼ばれる大きな未解決問題が存在している。これは、「任意の距離空間において、k サーバ問題は任意の正整数 k について、競合比 k である」という予想である。この解決に向けて長年、研究がおこなわれているが距離空間内のある 6 点にしか要求がこないことを仮定した 3 サーバ問題ですら、未解決である。

本研究では、2 サーバ問題での乱択アルゴリズムを考える。乱択アルゴリズムを用いることで、任意の距離空間で 2 サーバ問題の競合比が 2 を下回るかどうかは知られていない。これに対し、3 点にしか要求がこないという制限をおくことで、競合比が 1.5897 になることを示した。

(2) オンラインナップザック問題に対する最適な資源拡大

ナップザック問題とは、容量の決まったナップザックと容積と価値をもつアイテムが与えられたときに、ナップザックに詰め込むことができるアイテムの価値の総和を最大化する問題である。オンラインナップザック問題とは、アイテムが時系列的に与えられ、アイテムの到達と同時にそのアイテムをナップザックに詰め込むか廃棄するかを決定する問題であり、この問題に対する競合比は発散することが知られている。競合比はオフラインアルゴリズムの最適解とオンラインアルゴリズムの最適解の比で計算される。また除去可能ナップザック問題とは、一度ナップザックに詰め込んだアイテムを途中で廃棄することを可能にしたナップザック問題であり、重みつき（サイズと価値に相関がない）では競合比が 1.618 であるが、重みなし（サイズと価値が同じ）では競合比が発散することが知られている。

本研究ではナップザック問題及び、除去可能ナップザック問題に対して、オフラインアルゴリズムではサイズ 1 のナップザックを使うが、オンラインアルゴリズムではサイズ R (1 以上) のナップザックを使うことを許したときの競合比解析を行い、重みなしにおいては両問題とも R の関数であらわされる競合比を与え、重み付に対しては除去可能ナップザック問題に対して、R の関数として競合比を与えた。

(3) 最大マッチング問題に対する定数時間近似アルゴリズム

グラフのマッチングとはグラフ中の枝集合で、互いに端点を共有しないもののことを言う。本研究では、次数に上限のあるグラフの最大マッチングのサイズを高い精度で近似するグラフの頂点と枝の数によらない定数時間で動作する乱択アルゴリズムを示した。これは web グラフのような巨大なデータが与えられたとき、データ全体を調べずに定数個の頂点を調べることでマッチングのサイズが高い確率で求められることを意味している。

(4) 有向グラフにおける k 枝連結性の検査

有向グラフ $G=(V, E)$ が k 枝連結であるとは、任意の頂点对 (u, v) に対して u から v への k 本の辺素な道が存在することをいう。本研究では、次数の上限が d の有向グラフが k 枝連結であるか、または k 枝連結から ϵ -far であるかを検査する定数時間アルゴリズムを示した。本アルゴリズムの計算量はグラフの頂点数および辺の数によらない。

頂点次数を制限した無向グラフにおける k 枝連結の検査については既に結果が知られているが、この手法を有向グラフにそのまま適用することはできない。無向グラフにおいて成り立つカットに関する性質の多くが、有向グラフでは成り立たないからである。よって本研究では、新しいアイデアを用いてアルゴリズムを構築した。実際の計算機実験においても、 n が十分に大きければ、決定性の $O(kn^2d)$ 時間アルゴリズムに比べて本アルゴリズムが十分に実用的であるという結果が得られた。

(5) 男女平等安定結婚問題に対する近似アルゴリズム

安定結婚問題とは、 N 人の男性、 N 人の女性、各個人が持つ希望リストが与えられたときに安定なマッチングを求める問題である。希望リストとは、異性全員の全順序である。どのような例題にも安定マッチングは存在し、Gale と Shapley により提唱された Gale-Shapley アルゴリズムにより、 $O(N^2)$ 時間で計算可能である。Gale-Shapley アルゴリズムにより得られる安定マッチングは、男性最適安定マッチングと呼ばれ、男性にとって有利であり、逆に女性にとっては不利であるという特徴を持つ。したがって、平等な安定マッチングを求める研究が以前から行われてきた。安定マッチングの良さの指標としては、各人が自分の希望リストの何番目の人とマッチしているか（以下、ランクと呼ぶ）を用いて、主に以下の3つが考えられている。(a) 全員のランクの和を最小化するもの。

(b) 最大のランクを最小化するもの。(c) 男性のランクの和と女性のランクの和の差の絶対値を最小化するもの。この中で、(a)と(b)は多項式時間で解けるが、(c)は NP 困難であることが知られている。

本研究では、(c)に対する近似アルゴリズムを開発した。(c)の指標は 0 に近ければ近いほど良いのであるが、本研究で与えたアルゴリズムは、正数 A を与えて、指標が $-A$ から A の範囲にある安定マッチングが存在するか、また、存在すればそのマッチングを求める多項式時間アルゴリズムを与えた。また、(c)の指標が同じでも(a)の指標が大きく異なる2つの安定マッチングが存在することを示した。そして、(c)の指標が指定した範囲内にあるうち、(a)の指標が最適なものを求める問題が NP 困難であることを示し、その問題に対して近似度が2よりも小さい近似アルゴリズムを開発した。

(6) 量子ネットワークコーディング

量子情報は連続であるため、古典情報と比べて取り扱いが非常に難しいことがしばしばある。その典型例は情報の複製である。古典のデジタル情報を複製することは容易だが、量子においては情報の完全な複製は不可能であることが知られている。本研究では量子ネットワークコーディングが可能かどうか議論した。ネットワークコーディングとは近年 Ahlswede らにより導入された概念である。これは、いわゆる液体をネットワークに流す場合と異なり、(古典)情報をネットワークに流す場合は適切なコーディングを行うことによりボトルネックとなる枝容量を越えた情報を送ることが可能となるというものである。本研究では量子情報の複製の場合と同様、情報の近似を許せば量子ネットワークコーディングが可能であることを示した。対象としたネットワークモデルはバタフライと呼ばれるものである。このネットワークには2つのパス s_1 から t_1 と s_2 から t_2 が存在し、これらのパスはボトルネックとなる容量1の枝を共有している。古典情報の場合、ネットワークコーディングにより我々はそれぞれのパスに1ビットずつ流すことができる。本研究では量子情報の場合に、それぞれのパスに任意の量子状態を流しそれぞれの受信者が得る量子状態と送られた状態のフィデリティが $1/2$ より大きくできることを示した。また片方のパスには古典情報を流す場合、得られる量子状態のフィデリティは $2/3$ に改良されること、あるいはそれぞれの量子状態が有限の状態数のときも同様の改良ができることを示した。この結果を利用して s_1 から t_1 (s_2 から t_2 も同様)に2ビットの古典情報を送ったとき、片方のビットのみなら復元できるというプロトコルを設

計することも可能となった。

(7) ユークリッド空間及びノルム空間における地帯図

地帯図は古典的な概念であるボロノイ図に似た概念であり、距離空間内の幾つかの集合（核と呼ぶ）がそれぞれ領土の拡大を図るときに達する平衡を表す。勢力域に関する距離の方程式を以て定義され、ある核 P の領域 R は、 P 以外のすべての核の領域より P に近い点すべてから構成される。ボロノイ図とは異なり各領域の間にはどの領域にも属さない地帯が存在する。浅野、マトウシエク、徳山はユークリッド平面において、核が点であるときに地帯図が唯一存在することを示している。レエム、ライクは任意の距離空間における任意の二つの核に対して地帯図の存在を示している。

本研究では任意有限個の互に交らないコンパクトな核に対する地帯図の存在と一意性を、任意次元のユークリッド空間において、またより一般に滑らかかつ膨らかなる有限次元ノルム空間において示した。その証明は浅野らのものよりも一般に成立するのみならず単純でもある。ノルムが膨らかであるが滑らかでない場合に地帯図が唯一にならない例も示した。

(8) デジタル直線の定義

グリッド上の点 p と q を結ぶ線分はデジタルな表現ではグリッド上の点の集合として表されるが、その定義は基礎的な対象であるにも関わらず今だ明白とはなっていない。実際、線分のデジタルな表現は半世紀近くに渡り盛んに研究の対象となっている。

本研究では d 次元グリッド上の中心点 o から各グリッド点 p へ向かうデジタル直線の集合の数学的に整合的な定義を与えた。各デジタル直線は点 o と点 p の間のユークリッド線分を近似し、すべてのデジタル直線の集合がユークリッド公理に類似した公理系を満たす。デジタル直線と対応するユークリッド線分との近似誤差は最大ハウスドルフ距離で評価し、 $n \times n$ グリッド平面内での誤差に対し、漸近的に最適な $\Theta(\log n)$ の誤差限界を与えた。誤差限界の証明はディスクレパンシー理論とシンプルな構築アルゴリズムに基づいている。さらに、デジタル直線の単調性がなければ、誤差限界は $O(1)$ に抑えられることを示した。

(9) 有向グラフ上の辺素な内向木

本研究では、我々が研究を行っている避難問題とも関連のある、有効グラフ上の辺素な内向木に関する以下のグラフ理論の問題を考え、エドモンズによる定理を一般化した定理を証明した。

d 個の特殊な点を含む有向グラフと、その特殊な点それぞれに自然数が与えられたとき、その特殊な点をそれぞれ根とする辺素な内向木の集合で条件を満たすものが存在するための必要十分条件を与えた。この定理は、エドモンズによって与えられた定理を、特殊な点が1点の場合から多点の場合へと一般化したものとなっている。さらに、エドモンズによって与えられた内向木のパッキングに関する別の特徴付けを、我々の場合へ拡張した。

(10) 無交差幾何グラフの高速な列挙アルゴリズム

幾何グラフとは平面に埋め込まれたグラフであり、平面上の点の集合とそれらを直線で結ぶ辺で構成される。無交差幾何グラフとは辺が交差しない幾何グラフである。

本研究では、与えられた点集合に対し無交差幾何グラフを列挙する一般的な枠組みを与えた。特定の列挙問題にそれを適用することで、無交差連結グラフ、無交差全域木、無交差ラーマングラフ列挙問題に対して、既存のアルゴリズムより高速な列挙アルゴリズムを得た。また、これまで列挙アルゴリズムが知られていなかった、無交差マッチング、無交差 k (辺)連結グラフ、無交差有向全域木等の他のグラフクラスに対しても提案した枠組みは適用可能であり、効率的な列挙アルゴリズムを得た。我々のアイデアは単純であるため無交差幾何グラフの様々な他の問題に対しても応用が期待できる。

(11) MAX-2SAT 問題の平均時間計算量の解析

MAX-2SAT とは各節が高々2つのリテラルから構成される和積標準形において、出来るだけ多くの節を充足させる変数への割当を求める問題である。これは NP 困難な問題であり、最適解を見つけることは困難なため、近似アルゴリズムの開発がおこなわれている。しかし、平均的には、この問題の最適解をうまく求めるアルゴリズムが存在しているのだが、理論的にそれを証明したものは多くない。

本研究では、平均時間計算量解析のために、解埋め込みモデルを提案し、そのモデルに従う和積標準形に対し、メッセージ伝送アルゴリズムを用いて、線形時間で高い確率で解を求められることを示した。

(12) 最終的に一致するコンパスを用いた視覚制限のある無記憶ロボットの招集法

分散ロボットシステムにおいて、移動ロボットの集合の間で合意に到達することはもっとも重要な問題の1つである。この問題はしばしば召集問題によって定式化される。召集問題とは、ロボット達は大域的に連動する

システムの助けを得ずに、自分達の力であらかじめ決められていない場所に集合しなければいけないという問題である。ロボット達が無記憶かつ視覚制限を持つが、コンパス等によって方角の知見を共有できる限り、非同期システムにおいて、この問題は解くことができる。しかし、ロボット達がコンパスを共有しない時、準同期システムにおいて、この問題の解は存在しない。

本研究では、準同期システムにおいて、信頼性のない可能性のあるコンパスを持ち、かつ視覚制限をもつ無記憶ロボットの招集問題を考え、この問題がコンパスが一定の長時間は安定しないが、最終的には安定するというシステムにおいて、有限時間で解くことが可能であることを示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 75 件)

① Yoshiaki Nonaka, Hirotaka Ono, Kunihiko Sadakane, Masafumi Yamashita. The hitting and cover times of Metropolis walks. *Theor. Comput. Sci.*, 411(16-18):1889-1894, 2010. 査読有

② Osamu Watanabe, Masaki Yamamoto. Average-case analysis for the MAX-2SAT problem. *Theor. Comput. Sci.*, 411(16-18):1685-1697, 2010. 査読有

③ Mikael Onsjö, Osamu Watanabe. Finding Most Likely Solutions. *Theory Comput. Syst.*, 45(4):926-942, 2009. 査読有

④ Naoki Katoh, Shin-ichi Tanigawa. Fast Enumeration Algorithms for Non-crossing Geometric Graphs. *Discrete & Computational Geometry*, 42(3):443-468, 2009. 査読有

⑤ Jinhee Chun, Matias Korman, Martin Nollenburg, Takeshi Tokuyama. Consistent Digital Rays. *Discrete & Computational Geometry*, 42(3):359-378, 2009. 査読有

⑥ Koki Hamada, Kazuo Iwama, Shuichi Miyazaki. An improved approximation lower bound for finding almost stable maximum matchings. *Inf. Process. Lett.*, 109(18):1036-1040, 2009. 査読有

⑦ Naoyuki Kamiyama, Naoki Katoh, Atsushi Takizawa. Arc-disjoint in-trees in

directed graphs. *Combinatorica*, 29(2):197-214, 2009. 査読有

⑧ Samia Souissi, Xavier Defago, Masafumi Yamashita. Using eventually consistent compasses to gather memory-less mobile robots with limited visibility. 査読有 *TAAS* 4(1), 27 pp., 2009.

⑨ Xin Han, Kazuo Iwama, Guochuan Zhang. Online Removable Square Packing. *Theory Comput. Syst.*, 43(1):38-55, 2008. 査読有

[学会発表] (計 62 件)

① K. Makino, S. Tamaki and M. Yamamoto. An Exact Algorithm for the Boolean Connectivity Problem for k-CNF. 13th International Conference on Theory and Applications of Satisfiability Testing, July 11, 2010, Edinburgh, Scotland.

② Akitoshi Kawamura, Jiri Matousek, Takeshi Tokuyama. Zone Diagrams in Euclidean Spaces and in Other Normed Spaces. 26th Annual Symposium on Computational Geometry, June 15, 2010, Snowbird, Utah.

③ Keiko Imai, Akitoshi Kawamura, Jiri Matousek, Daniel Reem, Takeshi Tokuyama. Distance k-Sectors Exist. 26th Annual Symposium on Computational Geometry, June 15, 2010, Snowbird, Utah.

④ T. Horiyama and M. Samejima. Enumeration of Polyominoes for p4 Tiling. 21st Canadian Conference on Computational Geometry, August 17, 2009, Vancouver, Canada.

⑤ Naoki Katoh, Shin-ichi Tanigawa. A proof of the molecular conjecture. 25th Annual ACM Symposium on Computational Geometry, June 10, 2009, Aarhus University, Denmark.

⑥ Yuichi Yoshida, Masaki Yamamoto, Hiro Ito. An improved constant-time approximation algorithm for maximum matchings. 41st ACM Symposium on Theory of Computing, May 31, 2009, Bethesda, Maryland.

⑦ Wolfgang W. Bein, Kazuo Iwama, Jun Kawahara. Randomized Competitive Analysis for Two-Server Problems. 16th Annual European Symposium on Algorithms,

September 15, 2008, Universitat Karlsruhe, Germany.

⑧ Yuichi Yoshida, Hiro Ito. Property Testing on k -Vertex-Connectivity of Graphs. 35th International Colloquium on Automata, Languages and Programming, July 7, 2008, Reykjavik, Iceland.

⑨ Kazuo Iwama, Harumichi Nishimura, Mike Paterson, Rudy Raymond, Shigeru Yamashita. Polynomial-Time Construction of Linear Network Coding. 35th International Colloquium on Automata, Languages and Programming, July 7, 2008, Reykjavik, Iceland.

⑩ Masaki Moriguchi, Kokichi Sugihara. Restricted Edge Contractions in Triangulations of the Sphere with Boundary. 19th Canadian Conference on Computational Geometry, August 22, 2007, Ottawa, Canada.

⑪ Kazuo Iwama, Shuichi Miyazaki, Hiroki Yanagisawa. Approximation Algorithms for the Sex-Equal Stable Marriage Problem. 10th Algorithms and Data Structures Symposium, August 15, 2007, Halifax, Nova Scotia.

[図書] (計 24 件)

① Kokichi Sugihara. Springer, Encyclopedia of Optimization: Voronoi Diagrams in Facility Location. 2009, pp. 4040-4045.

② Naoki Kato. Springer, Encyclopedia of Optimization: Combinatorial Optimization Algorithms in Resource Allocation Problems. 2009, pp. 382-387.

③ Kazuo Iwama. Springer, Encyclopedia of Algorithms: Local Search Algorithms for kSAT. 2008, pp. 468-470.

④ Kazuo Iwama, Shuichi Miyazaki. Springer, Encyclopedia of Algorithms: Stable Marriage with Ties and Incomplete Lists. 2008, pp. 883-885.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

岩間 一雄 (IWAMA KAZUO)
京都大学・情報学研究科・教授
研究者番号：50131272

(2) 研究分担者

加藤 直樹 (KATOH NAOKI)
京都大学・工学研究科・教授
研究者番号：40145826

伊藤 大雄 (ITO HIRO)
京都大学・情報学研究科・准教授
研究者番号：50283487

宮崎 修一 (MIYAZAKI SHUICHI)
京都大学・学術情報メディアセンター・准教授
研究者番号：00303884

玉置 卓 (TAMAKI SUGURU)
京都大学・情報学研究科・助教
研究者番号：40432413

(3) 連携研究者

杉原 厚吉 (SUGIHARA KOKICHI)
明治大学 研究・知財戦略機構・特任教授
研究者番号：40144117

徳山 豪 (TOKUYAMA TAKESHI)
東北大学・情報科学研究科・教授
研究者番号：40312631

山下 雅史 (YAMASHITA MASAFUMI)
九州大学・システム情報科学研究所・教授
研究者番号：00135419

渡辺 治 (WATANABE OSAMU)
東京工業大学・情報理工学研究科・教授
研究者番号：80158617

堀山 貴史 (HORIYAMA TAKASHI)
埼玉大学・理工学研究科・准教授
研究者番号：60314530