

研究種目：基盤研究（A）

研究期間：2007～2009

課題番号：19204005

研究課題名（和文） 特異点をもつ曲線と曲面の幾何学

研究課題名（英文） Geometry of curves and surfaces with singularities

研究代表者

梅原 雅顕 (UMEHARA MASAOKI)

大阪大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：90193945

研究代表者の専門分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：微分幾何，ガウス曲率，平均曲率，波面，特異点

1. 研究計画の概要

本研究は、特異点自体に曲率を導入し、微分幾何的な対象として研究することを最終的な目標としている。具体的には以下の3つのテーマについて研究を行う。

- (1) 特異点を対象とする微分幾何学の構築
- (2) 定曲率空間における波面の特異点と位相に関する研究、およびその関連分野への応用、
- (3) Euclid 空間および双曲型空間における完備かつ有界な極小曲面の研究。

2. 研究の進捗状況

分担者の山田氏と連携研究者の佐治氏と超曲面に現れる A_k 型の特異点の内的な定式化を与え、さらにその定曲率空間への超曲面としての実現定理を与えた。また前年度に与えた「特異点と変曲点」の間の双対性を、内的に再定式化し、閉曲面としての波面に合計4個のガウス・ボンネ型の定理の存在を示した。一方、分担者の山田氏、グラナダ大学のMartin氏と共同で、単連結かつ虚部も同時に有界となる極小曲面を構成し、その応用として3次元時空に弱完備かつ有界な任意種数の極大曲面が存在することを示した。

これらの研究の推進、発展のため研究代表者は、分担者の山田氏、間下氏、橋本氏等と適宜連携して、毎年9月、11月、3月に研究集会を開催し、この研究テーマに関連する研究者同士の研究交流を行った。

3. 現在までの達成度

②概ね順調に進展している。

(理由)

特異曲率の高次元化とその位相的性質の解明など、未解明で重要な研究課題が残されているが、最初に掲げた研究目標の約7～8割がすでに達成している。

4. 今後の研究の推進方策

5月にOberwolfach で国際研究集会があるので、そこで内外の研究者と連携をとり、まだ未達成の課題についても精力的に情報収集と状況の打開を図る。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計6件)

①S. Murata and M. Umehara, Flat surfaces

- with singularities in Euclidean 3-space, *Journal of Differential Geometry* 82 (2009) 279 - 316, 査読有り.
- ② F. Martin, M. Umehara and K. Yamada, Complete bounded null curves immersed in C^3 and $PSL(2, C)$, *Calculus of Variations and Partial Differential Equations* 36 (2009) 119-139, 査読有り.
- ③ K. Saji, M. Umehara, and K. Yamada, Ak singularities of wave fronts, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, Volume 146 (2009) 731-746, 査読有り.
- ④ K. Saji, M. Umehara, and K. Yamada, The geometry of fronts, *Ann. of Math.* 169 (2009) 491-529, 査読有り.
- ⑤ S. Fujimori, K. Saji, M. Umehara, and K. Yamada, Singularities of maximal surfaces, *Math. Z.* 259 (2008) 827-848, 査読有り.
- ⑥ G. Thorbergsson and M. Umehara, Inflection points and double tangents on anti-convex curves in the real projective plane, *Tohoku Mathematical Journal* 60(2008) 149-181, 査読有り.

〔学会発表〕(計1件)

梅原 雅顕,

波面の幾何学—その内的双対性と

Gauss-Bonnet の定理への応用—,

日本数学会2010 年度年会・企画特別講演,

2010. 3. 26, 慶應義塾大学・理工学部(神奈川県)