

研究種目：基盤研究(A)

研究期間：2007～2010

課題番号：19204008

研究課題名(和文) 計算による数理科学の展開

研究課題名(英文) Computational Approaches to Mathematical Sciences

研究代表者 高山 信毅 (TAKAYAMA NOBUKI)

神戸大学・理学研究科・教授

研究者番号：30188099

研究代表者の専門分野：数学ソフトウェア, アルゴリズム, 特殊関数

科研費の分科・細目：数学一般(含確率論, 統計数学)

キーワード：グレブナ基底 / 推定 / 数学ソフトウェア / 特殊関数 / 組み合わせ論的集合論 / 重複対数の法則 / 極小曲面

1. 研究計画の概要

この研究の目標は以下の標語に集約される：計算の効用とともにその限界を明らかにしていくこと、計算と数学、計算と数理科学への応用、の動的干渉を促進しフロンティアを開拓していくこと。

我々の研究方法の柱は(1)長い伝統に根ざした深く堅実な研究の支援、および、(2)計算と数学、計算と数理科学への応用の動的干渉およびフロンティアの開拓である。(1)については数学の自律的堅実的伝統的發展を支援することであり、目標1,2の達成には地味ながら不可欠である。本研究課題の各分野の分担研究者が、その専門性と見識により責任をもち各種研究を支援する。

(2)については漠然としているので具体的な目標をあげる。微分作用素環の計算代数的方法(計算D-加群の方法)を援用した多重積分の数値解析。論理計算システムを援用した数学ソフトの開発。フロンティア開拓のため、分野横断的研究集会、チュートリアルやそのビデオアーカイブ、本の出版などを通して寄与していく。全体をむすぶ糸として数学ソフトウェアの開発/集積をしていく。

2. 研究の進捗状況

"計算と数理科学"なる標語のもと各分野においてさまざまな成果がえられた。数式処理分野では、D-加群に関連するアルゴリズムの高速化を追求し mod 計算等の活用のもと、さまざまな問題で世界最高速を実現することに成功した(計算代数システム Risa/Asir 上)。また局所グレブナ扇の構造定理は基礎

となる結果である。数理論理学および集合論においては、大きい集合に関する公理系がある関数の繰り返しで近似できることを示したことは特筆すべきであろう。また自然数全体の集合 ω のベキ集合 $P(\omega)$ を自然数上の定義可能なイデアル I で割った商集合であるブール代数 $P(\omega)/I$ などの、集合論における商構造の組合せ論的性質に焦点を絞って研究を行った。微分幾何では、平均曲率一定曲面を ambient space を一般化する、また離散化するなどさまざまな方向に進展させた。確率論については、高 discrepancy 列についてその重複対数の法則を示し、また数値積分への応用不適性能を数値化して特徴づけている。微分方程式と特殊関数の分野では、多岐にわたる結果がえられている：A-超幾何方程式のさまざまなバリエーションの研究、接続公式の研究、Pade 近似に付随する特殊関数の行列式型公式、Sparse SDPR の微分方程式の数値解析への応用、直交多項式と核関数。統計分野では、3 パラメータの分布近傍を導入し、ロバストなセミノンパラメトリック推定法を与えた。

27 件にのぼる研究集会の主催、共催をおこない、研究の支援に寄与した。特に 10th Asian logic conference を主催し国際的な研究の支援にも大きく寄与した。ビデオアーカイブは 100 件以上の番組を提供しており、計算に関するもっとも充実したアーカイブの一つである。また、数学ソフトウェアの集積である KnoppixMath DVD およびその仮想マシン環境の制作に深く関与した。

3. 現在までの達成度

研究はおおむね順調に進展している。
(理由) 目標(1), (2) の項目を下記にのべるもの以外はほとんど達成している。

4. 今後の研究の推進方策

研究はおおむね順調に進展しているが、当初の目的であった、“論理計算システムを援用した数学ソフトの開発”については手付かずである。本年度は 国際数学ソフトウェア会議 を神戸大学で開催するが、ここでの専門家との議論により、すくなくとも端緒だけでも得たいと考えている。また、計算D-加群の方法を援用した多重積分の数値解析は統計との関連で予想外の進展がうまれた。この研究による基礎研究をさらに発展させ、またこの研究の途中から参加した crest プロジェクトの中心テーマとして新しい応用研究を開始する予定である。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 46 件)

1. D. Brander, W. Rossman, N. Schmitt,
Holomorphic Representation of Constant
Mean Curvature Surfaces in Minkowski
Space: Consequences of Non-Compactness in
Loop Group Methods,
to appear in Advances in Mathematics
査読有

2. K. Nishiyama, M. Noro,
Stratification associated with local
b-functions,
Journal of Symbolic Computation 45,
462--480 (2010) 査読有

3. F. J. Castro-Jimenez and N. Takayama,
The Computation of the Logarithmic
Cohomology for Plane Curves,
Journal of Algebra, 322 (2009), 3839-3851.
査読有

4. K. Fukuyama,
The law of the iterated logarithm for
discrepancies of $\theta^n x$,
Acta Mathematica Hungarica, 118 (2008),
155-170 査読有

他 4 2 件

[学会発表] (計 52 件)

1. 高山信毅, 統計学に現れるパラメータ付き積分のためのD-加群理論入門,
計算代数統計学の展開, 統計数理研究所,

2009/11/27.

他 5 1 件

[図書] (計 1 件)

1. 野海正俊,
オイラーに学ぶ: “無限解析序説”への誘い,
2007, 日本評論社. 125 ページ.