

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(A)

研究期間：2007～2010

課題番号：19204015

研究課題名(和文) 作用素環と数理物理学の総合的研究

研究課題名(英文) Synthetic Studies on Operator Algebras and Mathematical Physics

研究代表者

河東 泰之(KAWAHIGASHI YASUYUKI)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号：90214684

研究成果の概要(和文)：宇宙誕生や、時間と空間、物質などの根本原理を追求していくと、最高レベルの数学が現れることが近年わかってきた。そこに現れる問題は、物理的背景を忘れて、完全に数学の問題としてみても大変興味深いものである。私は、そのような問題のうち、共形場理論と呼ばれるものを、作用素環論という数学的道具を使って研究しており、分類問題や具体例の構成、数学の他分野との新しい関係の発見などの成果を得た。

研究成果の概要(英文)：It has been known that when we pursue the fundamental problems in physics such as the origin of the universe, spacetime and materials, then we need the highest level of modern mathematics. These mathematical problems are also highly interesting from a purely mathematical viewpoint. I study conformal field theory among such problems using operator algebras. I have obtained results on classification problems, construction of examples and relations to other mathematical fields.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	8,700,000	2,610,000	11,310,000
2008年度	7,900,000	2,370,000	10,270,000
2009年度	7,900,000	2,370,000	10,270,000
2010年度	7,900,000	2,370,000	10,270,000
年度			
総計	32,400,000	9,720,000	42,120,000

研究分野：作用素環論・数理物理学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：作用素環、数理物理学、場の量子論、力学系、フォンノイマン環、部分因子環、自由確率論、作用素不等式

1. 研究開始当初の背景

場の量子論を作用素環論を用いて研究する理論は、代数的場の量子論と呼ばれ、荒木, Haag, Kastler らによる50年以上の研究の歴史を持つ。数理物理学では Wightman による場の量子論の公理づけが有名だが、そこでは非有界作用素に値を持つ作用素値超関数が基本的な対象になるため、多くの関数解析的困難が現れる。作用素環に基づくアプローチでは、有界線形作用素のなす環が基本的

な対象になるため、非有界作用素の定義域の問題は発生せず、きれいな理論展開が可能になる。それでもしかし、4次元 Minkowski 空間においては、非自明な例が一つも作れないと言う基本的な困難があるのだが、近年共形場理論、すなわち2次元 Minkowski 空間の上で高い対称性を要請した場の理論については、具体例の構成においても、一般論の展開においても、目覚ましい成果が挙げられることがわかってきていた。

また、この分野を作用素環論を用いて研究しようとする、Jones の部分因子環論、3次元トポロジー、量子群、頂点作用素代数などと密接な関係を持つことも明らかになりつつあった。日本における作用素環論の研究の、長い伝統と高いレベルを生かして、これらを統合して研究しようというのが当初の考えであった。

2. 研究の目的

共形場理論の作用素環論的研究が Jones の部分因子環理論と深い関係を持つことは、Longo によって 1980 年代末に明らかにされた。また部分因子環の解析的側面については Popa によって決定的結果が得られていた。そこで本計画ではこれら、Jones, Longo, Popa を海外共同研究者として、この理論の更なる発展を目指した。もともと我々日本のグループは、世界における subfactor 理論の中心的研究グループの一つであるので、これまでの蓄積をいかし、さらに研究を進展させていき、これらの研究において自然に表れる、作用素環上のさまざまな群作用も一体のものとして研究していきたいと考えていた。特に、場の量子論における「ゲージ群」は作用素環の族の自己同型群として捉えられると考えられる。ムーンシャインとも関連して、この視点はたいへん重要であると考えられる。また、最近作用素環論の中で大きく発展している自由確率論は一般に、場の量子論との関係が比較的薄いと考えられているが、場の量子論における Fock 空間の構成を、いわゆる "full" Fock 空間に取り替えれば、自由確率論との深い関連が現れることがすでに見出されており、またランダム行列を経由した関連も、未解明の深いものがあると期待されるので、この方面でも日本のグループの得意な点を生かして研究を深めようと考えた。

3. 研究の方法

カナダの Fields 研究所で、2007 年 7 月から 12 月まで行われた作用素環の研究プログラムに参加し、講演、研究連絡を行った。このプログラムの総責任者 George Elliott も外国人共同研究者に加えてあった。河東、小沢、泉、植田、松井らが実際に参加した。

また河東は、日本数学会で 2006 年から開始した、最高レベルの講演者を招待して行う「高木レクチャー」の組織責任者として、Voiculescu を 2007 年に東京に招待して講演を行ってもらった。その記録はビデオで公開され、その講演に基づいた論文は、河東がエディターをしている Japan. J. Math. に掲載した。

2008 年には、オーストリア・ウィーンの Erwin Schrodinger Institute において、8 月 25 日から 12 月 15 日まで "Operator

Algebras and Conformal Quantum Field Theory" というプログラムが開かれ、河東はオーガナイザーの一人として参加した。

2009 年には、数理解物理学で最大で、3 年に一度開催される International Congress on Mathematical Physics (ICMP) が夏にプラハで開かれ、河東、松井が参加した。

2010 年には、京都大学数理解析研究所のプロジェクト研究 "Perspectives in Deformation Quantization and Noncommutative Geometry" に参加し、この一環として、Connes を呼んで 2010 年秋の高木レクチャーを行った。

その他、外国人共同研究者の Longo をこの期間中にローマに 2 回訪問し、超共形場理論の研究を進めた。

4. 研究成果

Super conformal field theory への作用素環的アプローチを研究した。まず、代数的場の量子論における super net の表現論の基礎を確立し、 $N=1$ super Virasoro algebra の表現論を作用素環の文脈で研究した。さらに、我々が前に導入した modular net について、super charge operator の性質を調べることにより、Fredholm index と Jones index の関係式を初めて明らかにした。

その前に Longo と共に、moonshine 頂点作用素代数の作用素環版を構成していた。それは、自己同型群が Monster で、character が、 j -関数になるのであった。今回はその super 版を、Conway 群 Co_1 について、Duncan の頂点作用素代数の構成を元に構成した。

Connes の非可換幾何学で多様体に当たる概念は spectral triple である。Carpi, Hillier, Longo と共に、super Virasoro algebra のある表現から spectral triple の net を構成し、超共形場理論と非可換幾何学を関係づけた。

部分因子環の Jones 指数の取りうる値については、1980 年代から多くの研究があり、一般の部分因子環の場合については、4 以下の取りうる値の制限と、4 以上の値はすべて取りうるということがわかっている。共形場理論を作用素環の立場から研究するときの対象は、局所共形ネットという作用素環の族であるが、部分因子環のなす局所共形ネットについて、Jones 指数の取りうる値を決める問題をと共に考えた。任意の自然数の値が実現可能であることは簡単にわかるが、それ以外の値については、一般の部分因子環の場合より、ずっと強い制限がつくことを示した。これに関連して、A-D-E 型部分因子環について、Dynkin 図形の偶頂点に対応する対象たちがどのような braiding を持ちうるかを完全に決定した。

中心電荷 c が離散系列 $c < 3$ に属するとき、Neveu-Schwarz 代数の真空表現から $N=2$ 超 Virasoro ネットを構成した。その偶部分ネットと、よく知られたコセットから生じるネットを同一視し、カイラル・リングとスペクトラル・フローをその表現論の文脈でとらえた。 α -誘導表現の理論とモジュラー不変 行列を用いて、この超 Virasoro ネットのすべての拡張を分類した。そこには、コセット・ネットと Xu の意味でのミラー拡張の混ざったものが現れ、位数の高い巡回群による、新しいタイプの シンプル・カレント拡張が得られた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 62 件)

- (1) S. Carpi, Y. Kawahigashi, R. Longo, On the Jones index values for conformal subnets. *Lett. Math. Phys.* 92 (2010), no. 2, 99-108. 査読有
- (2) Y. Kawahigashi, From operator algebras to superconformal field theory. *J. Math. Phys.* 51 (2010), no. 1, 015209. 査読有
- (3) S. Carpi, R. Hillier, Y. Kawahigashi, R. Longo, Spectral triples and the super-Virasoro algebra. *Comm. Math. Phys.* 295 (2010), no. 1, 71-97. 査読有
- (4) N. Ozawa, S. Popa, On a class of II_1 factors with at most one Cartan subalgebra. *Ann. of Math.* (2) 172 (2010), no. 1, 713-749. 査読有
- (5) N. Ozawa, S. Popa, On a class of II_1 factors with at most one Cartan subalgebra, II. *Amer. J. Math.* 132 (2010), no. 3, 841-866. 査読有
- (6) N. Monod, N. Ozawa, The Dixmier problem, lamplighters and Burnside groups. *J. Funct. Anal.* 258 (2010), no. 1, 255-259. 査読有
- (7) M. Izumi, Group actions on operator algebras. *Proceedings of the International Congress of Mathematicians. Volume III*, 1528-1548, Hindustan Book Agency, New Delhi, (2010). 査読無
- (8) M. Izumi, R. Srinivasan, Toeplitz CAR flows and type I factorizations. *Kyoto J. Math.* 50 (2010), no. 1, 1-32. 査読有
- (9) M. Izumi, H. Matui, Z^2 -actions on Kirchberg algebras. *Adv. Math.* 224 (2010), no. 2, 355-400. 査読有
- (10) F. Hiai, Matrix analysis: matrix monotone functions, matrix means, and majorization. *Interdiscip. Inform. Sci.* 16 (2010), no. 2, 139-248. 査読有
- (11) K. Audenaert, F. Hiai, D. Petz, Strongly subadditive functions. *Acta Math. Hungar.* 128 (2010), no. 4, 386-394. 査読有
- (12) T. Harada, H. Kosaki, Trace Jensen inequality and related weak majorization in semi-finite von Neumann algebras. *J. Operator Theory* 63 (2010), no. 1, 129-150. 査読有
- (13) T. Matsui, Spectral gap, and split property in quantum spin chains. *J. Math. Phys.* 51 (2010), no. 1, 015216. 査読有
- (14) T. Masuda, R. Tomatsu, Classification of minimal actions of a compact Kac algebra with amenable dual on injective factors of type III. *J. Funct. Anal.* 258 (2010), no. 6, 1965-2025. 査読有
- (15) H. Matui, Z -actions on AH algebras and Z^2 -actions on AF algebras. *Comm. Math. Phys.* 297 (2010), no. 2, 529-551. 査読有
- (16) T. Giordano, H. Matui, I. F. Putnam, C. F. Skau, Orbit equivalence for Cantor minimal Z^d -systems. *Invent. Math.* 179 (2010), no. 1, 119-158. 査読有
- (17) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory and operator algebras. *Noncommutativity and singularities*, 69-81, Adv. Stud. Pure Math., 55, Math. Soc. Japan, Tokyo, (2009). 査読有
- (18) N. Ozawa, An example of a solid von Neumann algebra. *Hokkaido Math. J.* 38 (2009), no. 3, 557-561. 査読有
- (19) M. Izumi, Every sum system is divisible. *Trans. Amer. Math. Soc.* 361 (2009), no. 8, 4247-4267. 査読有
- (20) A. Kishimoto, C^* -crossed products by R. II. *Publ. Res. Inst. Math. Sci.* 45 (2009), no. 2, 451-473. 査読有

- (21) P. Gibilisco, F. Hiai, D. Petz, Quantum covariance, quantum Fisher information, and the uncertainty relations. *IEEE Trans. Inform. Theory* 55 (2009), no. 1, 439–443. 査読有
- (22) F. Hiai, M. Mosonyi, M. Hayashi, Quantum hypothesis testing with group symmetry. *J. Math. Phys.* 50 (2009), no. 10, 103304. 査読有
- (23) F. Hiai, Monotonicity for entrywise functions of matrices. *Linear Algebra Appl.* 431 (2009), no. 8, 1125–1146. 査読有
- (24) F. Hiai, D. Petz, Riemannian metrics on positive definite matrices related to means. *Linear Algebra Appl.* 430 (2009), no. 11–12, 3105–3130. 査読有
- (25) F. Hiai, Y. Ueda, A log-Sobolev type inequality for free entropy of two projections. *Ann. Inst. Henri Poincaré Probab. Stat.* 45 (2009), no. 1, 239–249. 査読有
- (26) F. Hiai, T. Miyamoto, Y. Ueda, Orbital approach to microstate free entropy. *Internat. J. Math.* 20 (2009), no. 2, 227–273. 査読有
- (27) Y. Ueda, On peak phenomena for non-commutative H^∞ . *Math. Ann.* 343 (2009), no. 2, 421–429. 査読有
- (28) T. Masuda, R. Tomatsu, Approximate innerness and central triviality of endomorphisms. *Adv. Math.* 220 (2009), no. 4, 1075–1134. 査読有
- (29) S. Carpi, Y. Kawahigashi, R. Longo, Structure and classification of superconformal nets. *Ann. Henri Poincaré* 9 (2008), no. 6, 1069–1121. 査読有
- (30) N. Ozawa, Weak amenability of hyperbolic groups. *Groups Geom. Dyn.* 2 (2008), no. 2, 271–280. 査読有
- (31) M. Izumi, R. Srinivasan, Generalized CCR flows. *Comm. Math. Phys.* 281 (2008), no. 2, 529–571. 査読有
- (32) P. Grossman, M. Izumi, Classification of noncommuting quadrilaterals of factors. *Internat. J. Math.* 19 (2008), no. 5, 557–643. 査読有
- (33) M. Izumi, S. Neshveyev, R. Okayasu, The ratio set of the harmonic measure of a random walk on a hyperbolic group. *Israel J. Math.* 163 (2008), 285–316. 査読有
- (34) O. Bratteli, A. Kishimoto, D. W. Robinson, Approximately inner derivations. *Math. Scand.* 103 (2008), no. 1, 141–160. 査読有
- (35) M. Mosonyi, F. Hiai, T. Ogawa, M. Fannes, Asymptotic distinguishability measures for shift-invariant quasifree states of fermionic lattice systems. *J. Math. Phys.* 49 (2008), no. 7, 072104. 査読有
- (36) F. Hiai, M. Mosonyi, T. Ogawa, Error exponents in hypothesis testing for correlated states on a spin chain. *J. Math. Phys.* 49 (2008), no. 3, 032112. 査読有
- (37) F. Hiai, Y. Ueda, Notes on microstate free entropy of projections. *Publ. Res. Inst. Math. Sci.* 44 (2008), no. 1, 49–89. 査読有
- (38) F. Hiai, M. Mosonyi, H. Ohno, D. Petz, Free energy density for mean field perturbation of states of a one-dimensional spin chain. *Rev. Math. Phys.* 20 (2008), no. 3, 335–365. 査読有
- (39) T. Harada, H. Kosaki, On equality condition for trace Jensen inequality in semi-finite von Neumann algebras. *Internat. J. Math.* 19 (2008), no. 4, 481–501. 査読有
- (40) H. Kosaki, On infinite divisibility of positive definite functions arising from operator means. *J. Funct. Anal.* 254 (2008), no. 1, 84–108. 査読有
- (41) M. Keyl, T. Matsui, D. Schlingemann, R. F. Werner, On Haag duality for pure states of quantum spin chains. *Rev. Math. Phys.* 20 (2008), no. 6, 707–724. 査読有
- (42) Y. Ueda, Remarks on HNN extensions in operator algebras. *Illinois J. Math.* 52 (2008), no. 3, 705–725. 査読有
- (43) T. Masuda, Classification of actions of duals of finite groups on the AFD factor of type II₁. *J. Operator Theory* 60 (2008),

no. 2, 273-300. 査読有

(44) H. Matui, An absorption theorem for minimal AF equivalence relations on Cantor sets. *J. Math. Soc. Japan* 60 (2008), no. 4, 1171-1185. 査読有

(45) T. Giordano, H. Matui, I. F. Putnam, C. F. Skau, The absorption theorem for affable equivalence relations. *Ergodic Theory Dynam. Systems* 28 (2008), no. 5, 1509-1531. 査読有

(46) H. Matui, Torsion in coinvariants of certain Cantor minimal Z^2 -systems. *Trans. Amer. Math. Soc.* 360 (2008), no. 9, 4913-4928. 査読有

(47) T. Katsura, H. Matui, Classification of uniformly outer actions of Z^2 on UHF algebras. *Adv. Math.* 218 (2008), no. 3, 940-968. 査読有

(48) H. Matui, M. Nagisa, M. Yamamoto, Square root closed C^* -algebras. *Kyushu J. Math.* 62 (2008), no. 1, 107-122. 査読有

(49) T. Giordano, H. Matui, I. F. Putnam, C. F. Skau, Orbit equivalence for Cantor minimal Z^2 -systems. *J. Amer. Math. Soc.* 21 (2008), no. 3, 863-892. 査読有

(50) H. Matui, Classification of outer actions of Z^N on O_2 . *Adv. Math.* 217 (2008), no. 6, 2872-2896. 査読有

(51) Y. Kawahigashi, R. Longo, U. Pennig, K.-H. Rehren, The classification of non-local chiral CFT with $c < 1$. *Comm. Math. Phys.* 271 (2007), no. 2, 375-385. 査読有

(52) N. Ozawa, Weakly exact von Neumann algebras. *J. Math. Soc. Japan* 59 (2007), no. 4, 985-991. 査読有

(53) N. Ozawa, Boundaries of reduced free group C^* -algebras. *Bull. Lond. Math. Soc.* 39 (2007), no. 1, 35-38. 査読有

(54) M. Izumi, T. Kajiwara, Y. Watatani, KMS states and branched points. *Ergodic Theory Dynam. Systems* 27 (2007), no. 6, 1887-1918. 査読有

(55) M. Izumi, A perturbation problem for the shift semigroup. *J. Funct. Anal.* 251 (2007), no. 2, 498-545. 査読有

(56) O. Bratteli, A. Kishimoto, D. W. Robinson, Rohlin flows on the Cuntz algebra O_∞ . *J. Funct. Anal.* 248 (2007), no. 2, 472-511. 査読有

(57) F. Hiai, M. Mosonyi, T. Ogawa, Large deviations and Chernoff bound for certain correlated states on a spin chain. *J. Math. Phys.* 48 (2007), no. 12, 123301. 査読有

(58) I. Csiszar, F. Hiai, D. Petz, Limit relation for quantum entropy and channel capacity per unit cost. *J. Math. Phys.* 48 (2007), no. 9, 092102. 査読有

(59) R. Bhatia, H. Kosaki, Mean matrices and infinite divisibility. *Linear Algebra Appl.* 424 (2007), no. 1, 36-54. 査読有

(60) T. Masuda, Evans-Kishimoto type argument for actions of discrete amenable groups on McDuff factors. *Math. Scand.* 101 (2007), no. 1, 48-64. 査読有

(61) T. Masuda, R. Tomatsu, Classification of minimal actions of a compact Kac algebra with amenable dual. *Comm. Math. Phys.* 274 (2007), no. 2, 487-551. 査読有

(62) H. Matui, A short proof of affability for certain Cantor minimal Z^2 -systems. *Canad. Math. Bull.* 50 (2007), no. 3, 418-426. 査読有

[学会発表] (計 24 件)

(1) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory and operator algebras, Seminal Interactions between Mathematics and Physics, Rome (Italy), September 2010.

(2) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory, operator algebras and noncommutative geometry, Geometry and Physics VIII, Scalea (Italy), September 2010.

(3) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory and operator algebras, ICM Satellite Conference on Operator Algebras, Chennai (India), August 2010.

(4) Y. Kawahigashi, $N=2$ superconformal field theory and operator algebras, 13th Workshop: Non-commutative harmonic analysis, Bedlewo (Poland), July 2010.

(5) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory and operator algebras, The 23rd International Conference on Operator Theory, Timisoara (Romania), June 2010.

- (6) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory and operator algebras, EU-NCG 3rd Annual Meeting, Cardiff (U.K.), June 2010.
- (7) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory and operator algebras, The Eighth Spring Institute on Noncommutative Geometry and Operator Algebras, Nashville (U.S.A.), May 2010.
- (8) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory, operator algebras and noncommutative geometry, RIMS 共同研究「作用素環論と特異点の幾何学」, 京都大学, 2010年1月.
- (9) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory, operator algebras and noncommutative geometry, Special Session of Operator Theory and Operator Algebras, Joint Meeting of KMS-AMS, Ewha Womans University (Korea), December 2009.
- (10) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory, operator algebras and noncommutative geometry "Mathematical Quantum Field Theory and Renormalization Theory", 九州大学, 2009年11月.
- (11) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory and noncommutative geometry, RIMS 共同研究・基研研究会「量子科学における双対性とスケール」, 京都大学 基礎物理学研究所, 2009年11月.
- (12) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory, Moonshine and operator algebras, 12th Workshop: Non-commutative harmonic analysis, Będlewo (Poland), August 2009.
- (13) Y. Kawahigashi, Subfactors and representation theory for von Neumann algebras, 12th Workshop: Non-commutative harmonic analysis, Będlewo (Poland), August 2009.
- (14) Y. Kawahigashi, Quantum field theory and operator algebra, 5th Asian Mathematical Conference, Kuala Lumpur (Malaysia), June 2009.
- (15) Y. Kawahigashi, 一般ムーンシャインと作用素環, 作用素論・作用素環論研究集会, 大阪, 2008年11月.
- (16) Y. Kawahigashi, Moonshine, pariah groups and operator algebras, Conference "Von Neumann Algebras and Ergodic Theory of Group Actions", Oberwolfach (Germany), October 2008.
- (17) Y. Kawahigashi, Super moonshine and operator algebras, Conference "C*-Algebras", Oberwolfach (Germany), August 2008.
- (18) Y. Kawahigashi, Super moonshine and operator algebras, The 22nd International

Conference on Operator Theory, Timisoara (Romania), July 2008.

(19) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory, super moonshine and operator algebras, Shanks Workshop on Subfactors and Planar Algebras, Nashville (U.S.A.), April 2008.

(20) Y. Kawahigashi, Super moonshine and operator algebras, Topics in von Neumann algebras, BIRS (Canada), March 2008.

(21) Y. Kawahigashi, Superconformal field theory and operator algebras, Workshop on von Neumann algebras, Fields Institute (Canada), October 2007.

(22) Y. Kawahigashi, Supersymmetry in operator algebras, RIMS 研究集会「非可換解析とミクロ・マクロ双対性」, 京都大学 数理解析研究所, 2007年10月.

(23) Y. Kawahigashi, Supersymmetry in operator algebras, RIMS 研究集会「作用素環論の新展開」, 京都大学 数理解析研究所, 2007年9月.

(24) Y. Kawahigashi, Classification of superconformal nets of factors, Conference on Free Probability/Operator Spaces/von Neumann algebras, Sibiu (Romania), June 2007.

[図書] (計1件)

N. Brown, N. Ozawa, "C*-algebras and finite-dimensional approximations", Graduate Studies in Mathematics, 88. American Mathematical Society, Providence, RI, 2008. xvi+509 pp.

[その他]

ホームページ等

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~yasuyuki/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

河東 泰之 (KAWAHIGASHI YASUYUKI)

東京大学・大学院数理学研究科・教授

研究者番号: 90214684

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

小沢 登高 (OZAWA NARUTAKA)

京都大学・数理解析研究所・准教授

研究者番号: 60323466

泉 正己 (IZUMI MASAKI)

京都大学・大学院理学研究科・助教授

研究者番号: 80232362

岸本品孝 (KISHIMOTO AKITAKA)
北海道大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：00128597

日合 文雄 (HIAI FUMIO)
東北大学・大学院情報科学研究科・教授
研究者番号：30092571

幸崎 秀樹 (KOSAKI HIDEKI)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号：20186612

松井 卓 (MATSUI TAKU)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号：50199733

植田 好道 (UEDA YOSHIMICHI)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号：00314724

増田 俊彦 (MASUDA TOSHIHIKO)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号：60314978

松井 宏樹 (MATUI HIROKI)
千葉大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号：40345012