

機関番号：35314

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2007～2010

課題番号：19330204

研究課題名(和文) 潜在的な数学的能力の測定用具の活用化に向けた開発的研究

研究課題名(英文) Research on Development and Utilization of Instrument of Potential Ability for Learning Mathematics

研究代表者

中原 忠男 (NAKAHARA TADAO)

環太平洋大学・次世代教育学部・教授

研究者番号：90034818

研究成果の概要(和文)：本研究においては、筆者らの先行研究を踏まえて、潜在的な数学的能力(以下、潜在力と記す)を規定する枠組みを提起した。それに基づいて研究を進め、次のような成果を挙げる事ができた。

- ①信頼性を有する小学校4年生用の潜在力の測定用具(調査問題)最終版を開発した。
- ②信頼性を有する中学校2年生用の潜在力の測定用具(調査問題)最終版を開発した。
- ③測定用具の算数・数学教育における活用方法として、学力と潜在力の差に着目した成績比較、学力と潜在力の2視点からの成績のグループ化、等を開発した。
- ④活用方法を活かして潜在力と算数・数学達成度との関係を調査・分析し、潜在力の構成要素のうち「パターン認識」「操作」「思考の柔軟性」については比較的強い相関があること、他方で「論理的推論」については相関の程度が弱いことなどを示した。
- ⑤活用方法を活かして、潜在力育成の指導を行うことによって潜在力が向上することを示した。
- ⑥さらに、潜在力の向上が数学的思考力の向上に効果があることを示した。

研究成果の概要(英文)：First, we developed the final version of the reliable instruments of potential ability for learning mathematics (PALM) for 4th graders and 8th graders. Second, in order to utilize the instruments, we developed the method to analyze pupils' mathematical learning ability in terms of "the divided attainment (attainment ÷ potential ability)" and "the subtracted attainment (attainment - potential ability)". Third, as a result of analysis of the relationship between potential ability and mathematical attainment, it was found out that the PALM components of "pattern recognition", "manipulation", and "flexible thinking" correlate relative-strongly with potential ability while "logical reasoning" correlates relative-weakly with potential ability. Fourth, we showed that pupils' potential ability can be improved through teaching some materials for potential ability in schools, and that the improvement of pupils' potential ability has a positive effect on improving their mathematical thinking ability.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	2,800,000	840,000	3,640,000
2008年度	2,100,000	630,000	2,730,000
2009年度	2,300,000	690,000	2,990,000
2010年度	2,400,000	720,000	3,120,000
総計	9,600,000	2,880,000	12,480,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：潜在的な数学的能力、学力、知能、数学達成度、測定用具

1. 研究開始当初の背景

本研究は1992.11～1993.8における中原のイギリスへの在外研究に端を發する。その折に、イギリスのBurghes教授らを中心とするKassel-Exeter Projectに接する機会を得た。この研究において、潜在的な数学的能力という概念とその調査問題が提案された。しかし、それらの理論的・実証的な研究はそれほどなされていなかったのが当時の状況であった。

これに強い関心をもった中原らは、科研費の交付を受けて、平成11年～13年に「潜在的な数学的能力の測定用具の開発的研究」に取り組んだ。本研究は、これに続くものである。今回、こうした研究に再度取り組むのは、平成12年度から始まったPISA調査と平成19年度から始まった文部科学省による新たな学力調査に刺激を受けたことによる。両調査ともに学力の新しい重要な要素を含んでおり、学力を多面的に捉えることの必要性を強く示している。筆者らは学力問題を検討する際に、新しい視点である「潜在力」を含めて分析・考察することの重要性を強く認識しているものである。そこで、そうしたことを可能にし、それを世にアピールするために、潜在力の測定用具の一層の改善とその活用化の研究に取り組もうとした次第である。

2. 研究の目的

本研究の目的は大きくは次の2点である。

- (1)算数・数学教育の改善につながる、信頼性のある「潜在力」を測定する用具を開発すること
- (2)開発した「潜在力」の測定用具を算数・数学教育の改善に活用する方法を具体化すること

(1)については、これまでに筆者らが開発してきた潜在力の測定用具に改善を加え、信頼性・妥当性などの観点を踏まえて実用化可能な、小学4年生用と中学2年生用の潜在的な数学的能力の測定用具を開発することを目的としている。

(2)については、学力の全国的な悉皆調査の実施や指導要領の改訂等の今日的状況を踏まえて、開発した潜在力の測定用具を算数・数学教育の改善にどのように活用していくかについて、具体的な方法を研究し、測定用具を実用化していくことを目的としている。

基本的には、数学的な達成度と潜在力の差を重要な指標として、学級における指導の効果を比較検討したり、子ども1人ひとりの学習改善に活用したりしていくことなどを研究していく。

3. 研究の方法

本研究は研究代表者中原と研究分担者7名からなる8人体制で進めた。研究は大きくは理論的研究と調査的研究とに分け、理論的研

究は全員で取り組み、調査的研究は3地区で行い、広島地区は植田、小山、福岡地区は飯田、山口、清水、愛知地区は山田、影山の担当で行った。なお、理論的研究を踏まえて調査的研究を行い、その結果をまた理論的研究に反映させるという方法を取った。

また、調査的・実践的研究については可能な限り、実験群と統制群を設ける手法を用いた。しかし、その選定等については教育現場の状況から無作為抽出等とすることはしていない。したがって、そうした手法による本研究の結果については、一般性までを主張するものではなく、事例が存在することを指摘するものである。

上記の研究を次のように年度ごとに段階的に進めた。

(2007年度)

- ①潜在力の理論的研究(1)
- ②潜在力の測定用具の第1次案の開発
- ③第1次案による潜在力の調査的研究

(2008年度)

- ①潜在力の理論的研究(2)
- ②潜在力の測定用具の第2次案の開発・調査研究
- ③測定用具の活用方法の基礎的研究

(2009年度)

- ①潜在力の理論的研究(3)
- ②潜在力の測定用具の第3次案の開発・調査研究
- ③測定用具の活用方法の理論的・実践的研究(1)

(2010年度)

- ①潜在力の理論的研究(4)
- ②測定用具の最終案の作成
- ③測定用具の活用方法の理論的・実践的研究(2)

4. 研究成果

まず、本研究の基盤となる潜在力の捉え方について、筆者らによる先行研究を基盤にししながら、最終的に、潜在力を次のように特色づけた。

P0. 位置づけ

- P01. 中間性：知能と数学的学力の中間に位置する。
- P02. 両面性：知能と数学的学力の特性の両面を有する。

P1. 要因

- P11. 生得性：生得的な面がある。
- P12. 自然性：自然的な経験によって発達する面がある。
- P13. 学習性：学習・教育によって発達する面がある。

P2. 機能

- P21. 基礎性：これからの算数・数学の学習を支える。

P22. 指標性：これからの算数・数学の学習成果の指標となる。

P3. 性格

P31. 相関性：知能，数学的学力と相関がある。

P32. 発達性：知能よりも，また学力ほどではないけれども，年齢，経験，学習，教育によって発達・変容する。

さらにこれに基づいて，潜在力の構成要素を次の思考面と内容面の2つの枠組みで捉えることが妥当であるとした。

MT. 思考的要素

MT 1. 論理的推論

MT 2. パターン認識

MT 3. 操作：記号操作，図形操作

MT 4. 思考の柔軟性：試行錯誤，場合分け，多様性，数学的な考え方等

MC. 内容的要素

MC 1. 数・量

MC 2. 図形・空間

MC 3. 関数・関係

上記のことを基盤として，以下のような研究成果を挙げることができた。

(1) 小学4年生用の潜在力測定用具の開発

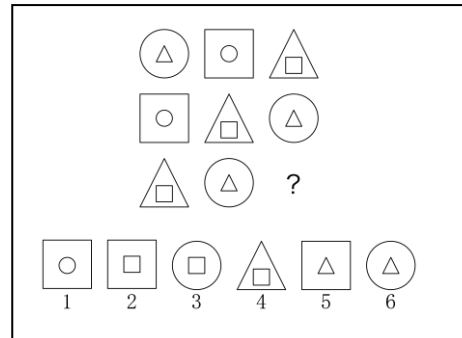
上記の枠組みに基づいて，問題作成—調査・検討—修正を繰り返し，最終的に表1に示すような内容の20問題からなる，小学4年生用の潜在力の測定用具を開発した。

【表1】小学4年生用の調査問題（測定用具）の問題カテゴリー

カテゴリー	数・量	図形・空間	関係・関数
論理的推論	2, 4, 6, 8, 17		
パターン認識	1, 15	11, 14	12
操作	3, 10	16, 18	20
思考の柔軟性	7, 9	5, 19	13

問題例を1題示すと，問題番号11は図形・空間に関わるパターン認識で，次のような問題である。

[小学校11番] 次の図のならばから，きまりをみつけて，？のところに入るものを，下の1～6の図の中からえらんで，その数字をかいてください。



この測定用具については通過率、G-P分析、相関係数、Cronbachの α 係数等の視点から識別力、内的一貫性、信頼性等の検討がなされ、可という結果を得ている。

(2) 中学2年生用の潜在力測定用具の開発

上記の枠組みに基づいて，小学生用と同様に問題作成—調査・検討—修正を繰り返し，最終的に表2に示すような内容の20問題からなる，中学2年生用の潜在力の測定用具を開発した。

【表2】中学2年生用の調査問題（測定用具）の問題カテゴリー

カテゴリー	数・量	図形・空間	関係・関数
論理的推論	1, 5, 11, 13, 20		
パターン認識	7, 19	14	2, 8
操作	18	4, 6, 9	3
思考の柔軟性	10, 16, 17	15	12

問題例を1題示すと，問題番号18は数・量に関わる操作で，次のような問題である。

[中学校18番] $x \odot y$ は $(x+y) \times 2$ という計算を表すことにします。たとえば， $3 \odot 5$ は $(3+5) \times 2$ ですから16になります。また， $(3 \odot 5) \odot 4$ は，カッコの中を先に計算し， $3 \odot 5$ が16だったので， 40 になります。 $(2 \odot 3) \odot 5$ はいくつになりますか。

中学生用の測定用具についても通過率、G-P分析、相関係数、Cronbachの α 係数等の視点から識別力、内的一貫性、信頼性等の検討がなされ、可という結果が得られている。

なお，上記2種類の測定用具（調査問題）は学会誌、ホームページ等に公表し，届出により自由に使用可能としている。

(3)測定用具の活用方法

これについては筆者らによる先行研究等を踏まえて、以下のような活用方法を提起した。

①「対潜在力」による学力比較

①-1 対潜在力学力差：
「学力調査得点－潜在力調査得点」

①-2 対潜在力学力割合：
「学力調査得点÷潜在力調査得点」

これらにより、潜在力を加味した学力調査の結果の比較分析が可能となる。これまでのように、学力調査得点の結果だけによる単純なランク付けよりも教育的であり、その結果を指導に活かすことも出来る。

②「学力－潜在力」による2視点分析

例えば、あるクラスの子どもの調査結果を、次のように、学力と潜在力の2つの視点から4グループに分類したとしよう。

		潜在力	
		高い	低い
学力	高い	①HH	③HL
	低い	②LH	④LL

この場合、①枠に入る子どもたちは両方とも高いので一般的には問題はないと言える。潜在力からみて一番気になるのは②枠の子どもたちである。この枠の子どもたちは、潜在力は高いのに学力が低いのである。ということはこの子どもたちは、努力が不足している、あるいは指導が不適切である等々何らかの原因によって学力が低い結果にとどまっていることが示唆される。そこで、原因を把握し、適切な指導をすることにより、学力向上を図ることができると考えられる。②は上記のような活用方法である。

③潜在力育成の状況の把握

これからの教育の目的、とりわけ平成20年版の学習指導要領の改訂において算数・数学教育の目的として強調された、「思考力」の育成を踏まえると、本研究で規定した潜在力の育成は一層の重要性を有していると考えられる。それは、「論理的推論」「パターン認識」「操作」「思考の柔軟性」の4つの思考力的要素から構成されている。算数・数学で育成できる汎用性のある思考力はこの4つに関わるものである。したがって、潜在力の育成そのものは今日、算数・数学教育で益々その重要性を増してきている。そこで、潜在力を育成し、その結果を本研究で開発した測定用具で評価・把握することもこの用具の重要な活用

方法である。

(4)潜在力と達成度との関係

次に、本研究において開発した測定用具を用いて小学校4年生の潜在力と算数の達成度の関係について調査的な研究を行った。その主要な結果は次の通りである。

- ・潜在力得点と達成度得点には比較的強い相関があった。また、潜在力の要素のうち「パターン認識」「操作」「思考の柔軟性」については達成度と比較的強い相関があったが、「論理的推論」については達成度との相関の程度が弱かった。

- ・（対潜在力）達成度差と（対潜在力）達成度割合という指標から、各々の小学校の算数教育の成果を相対的に特徴づけることができた。

- ・パス解析によって、「操作」と「論理的推論」が達成度に与える総合効果が大きいことや、「論理的推論」と「操作」が「パターン認識」の要素を支えているなどの潜在力の要素間の様相を見出した。

ただし、上で記した第1番目と第3番目の結果については、被験者が無作為に抽出されていないことなどから、その結果の一般化のためには、さらなる検討が必要である。

上記の結果は、潜在力の特徴づけ（例えば「P31. 相関性」と整合する結果であるとともに、本研究における潜在力の測定用具の活用化のための方向性を与えてくれるものであり、意義のある結果である。なお、上記の結果は、これまでの研究においても予測されたり示唆されたりしていたことであるが、本調査において統計的手法の下で明確に示された意義は大きいと考えている。

(5)潜在力育成の可能性

これに関しては、まず小学4年生に対して潜在力の測定用具と類似した問題を用いて一定期間、潜在力指導を行い、その前後において潜在力を測定し、その得点等を分析・検討した。指導に用いた問題は、例えば次のような問題である。

[パターン認識]

下の図1には、あるきまりで9つの数がならんでいます。図2の数も、図1と同じきまりでならんでいるとすると、ア、イ、ウのところの数はそれぞれ何でしょうか。

1	2	3
3	4	7
4	6	10

図1

2	3	5
5	4	ア
7	イ	ウ

図2

こうした指導と調査から潜在力育成の可能性等について検討した。その結果、次のことが明らかになった。

・2つの時点の得点差という観点から見れば、潜在力指導の有無にかかわらず、潜在力得点に伸びが認められた。

・15分間×12回程度の指導では、被験者全体にわたる著しい効果は期待できない。

・しかし、2つの時点の得点比という観点から見ると、潜在力の指導の効果が認められるし、また、クラスの実態や指導の方法によっては、一定の効果が認められると考えられる。

・そうした様々な変化の中でも、潜在力因子ごとの潜在力得点の伸びの変化の様相に関しては、2群間に顕著な差がみられた。

今後の課題としては、クラスの実態に応じた潜在力の指導方法を検討することなどがあげられる。

次に中学2年生に対して、同様な方法で一定期間の潜在力指導を行い、潜在力育成の可能性等について検討した。その結果、次のことが明らかになった。

・指導の事前・事後の「潜在力の合計得点」について1%水準で有意差が認められた。また、各カテゴリーに関しては、「パターン認識」

「思考の柔軟性」については1%水準で、「操作」については5%水準で有意差が認められた。

・潜在力の指導によって、潜在力下位群（正答率60%未満）23名のうち、15名が潜在力上位群（正答率60%以上）に転じた。

上記の結果は、中学2年生に対して、潜在力の育成が可能であることを示すものである。

(6) 潜在力指導の数学的思考力に対する影響

ここでは、小学校4年生に対して一定期間の潜在力指導を行い、その数学的思考力に対する効果について調査、検討した。潜在力は指導の前後において開発した測定用具で調査した。また、数学的思考力は「主として過程問題(Process Problem)を解決する力」として、別途調査問題を作成した。その問題の1つは次のようなものである。

【1】下の□の中に、2, 3, 4, 5の数字を1回だけ書き入れて、ひっ算の答えがいちばん大きくなるようにしなさい。

書き入れかたがいくつか考えられるときは、1つのいれかただけでよいです。

$$\begin{array}{r} \square \square \\ \times \square \square \\ \hline \end{array}$$

調査の結果、実験群における潜在力の伸びが確認された。しかもそれは、過去の研究に

おける実験群や統制群よりも大きな伸びであった。ある種の潜在力指導が潜在力の伸びに寄与することが確認された。

また、分散分析の結果、潜在力指導の有無と指導前後に関する交互作用に有意な差が見いだされた。このことは潜在力指導が思考力の向上に寄与していることを示すものであり、潜在力における「P21. 基礎性」という特徴とも整合する結果である。

本調査における思考力の問題は、過程問題的性格をもつものであるけれども、四則計算の力や数感覚などが必要な問題である。統制群は、論理などの思考面の指導は行っていないが、計算ドリルなどの計算の習熟は図られている。統制群の思考力の2回目の得点が1回目の得点から大きく伸びなかったという結果は、計算ドリルなどを扱うことが計算力の習熟や定着には寄与するかもしれないが、本研究におけるような思考力テストの伸びには寄与しないことを示唆するものである。

さらにこの結果を受け、潜在力指導が思考力向上にどのように寄与するかについて議論すると共に、この種の学習・指導の幅を広げることの可能性などについて検討した。

現実的には、潜在力の指導にどの程度のリソース（時間や労力など）を使うことができるかという問題が生じるけれども、本研究の指導のように潜在力指導にかかるコストが小さく、それによって他の学力の向上に負の影響を及ぼさないのであれば、潜在力指導をすることは、学習経験の広がり（例えば、ノンルーチンな課題に対する経験）なども含め、学習者にとって得られるものは少なくはないと考える次第である。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計5件）

① 中原忠男、山田篤史、清水紀宏、植田敦三、飯田慎司、小山正孝、山口武志、影山和也 (2008), 「潜在的な数学的能力の測定用具の活用化に向けた開発的研究(I) -測定用具の信頼性の検討を中心として-」, 日本数学教育学会『第41回数学教育論文発表会論文集』, 査読有, 3-8.

② 中原忠男、清水紀宏、影山和也、山田篤史、山口武志、小山正孝、飯田慎司、植田敦三 (2009), 「潜在的な数学的能力の測定用具の活用化に向けた開発的研究(II) -小学校4年生の潜在力と達成度との関係-」, 全国数学教育学会『数学教育学研究』, 査読有, 第15巻, 第2号, 81-93.

③ 中原忠男、山田篤史、清水紀宏、植田敦三、飯田慎司、小山正孝、山口武志、影山和也 (2010), 「潜在的な数学的能力の測定

用具の活用化に向けた開発的研究(Ⅲ)－潜在力指導の結果の検討－, 日本数学教育学会『第43回数学教育論文発表会論文集(第1巻)』, 査読有, 7-12.

- ④ 中原忠男, 清水紀宏, 小山正孝, 影山和也, 山田篤史, 山口武志, 飯田慎司, 植田敦三(2011)「潜在的な数学的能力の測定用具の活用化に向けた開発的研究(Ⅳ)－測定用具の活用方法と潜在力育成の可能性の検討－」, 『環太平洋大学研究紀要』, 第4号, 9-19.
- ⑤ 中原忠男, 山田篤史, 清水紀宏, 山口武志, 影山和也, 小山正孝, 飯田慎司, 植田敦三(2011), 「潜在的な数学的能力の測定用具の活用化に向けた開発的研究(Ⅴ)－潜在力指導の思考力に対する効果の検討－」, 全国数学教育学会, 査読有, 第17巻, 第2号, 採択済み

[学会発表](4件)

- ① 中原忠男, 山田篤史, 清水紀宏, 植田敦三, 飯田慎司, 小山正孝, 山口武志, 影山和也(2008), 「潜在的な数学的能力の測定用具の活用化に向けた開発的研究(Ⅰ)－測定用具の信頼性の検討を中心として－」, 日本数学教育学会『第41回数学教育論文発表会』, 筑波大学.
- ② 中原忠男, 清水紀宏, 影山和也, 山田篤史, 山口武志, 小山正孝, 飯田慎司, 植田敦三(2009), 「潜在的な数学的能力の測定用具の活用化に向けた開発的研究(Ⅱ)－小学校4年生の潜在力と達成度との関係－」, 全国数学教育学会第29回研究発表会, 姫路市立教育研究所.
- ③ 中原忠男, 山田篤史, 清水紀宏, 植田敦三, 飯田慎司, 小山正孝, 山口武志, 影山和也(2010), 「潜在的な数学的能力の測定用具の活用化に向けた開発的研究(Ⅲ)－潜在力指導の結果の検討－」, 日本数学教育学会『第43回数学教育論文発表会論文集』, 東京理科大学.
- ④ 中原忠男, 山田篤史, 清水紀宏, 山口武志, 影山和也, 小山正孝, 飯田慎司, 植田敦三(2011), 「潜在的な数学的能力の測定用具の活用化に向けた開発的研究(Ⅴ)－潜在力指導の思考力に対する効果の検討－」, 全国数学教育学会第33回研究発表会, 大分大学教育学部.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中原 忠男(NAKAHARA TADAO)
環太平洋大学・次世代教育学部・教授
研究者番号: 90034818

(2) 研究分担者

植田 敦三(UEDA ATUMI)

広島大学大学院・教育学研究科・教授

研究者番号: 50168621

小山 正孝(KOYAMA MASATAKA)

広島大学大学院・教育学研究科・教授

研究者番号: 30186837

飯田 慎司(IIDA SINJI)

福岡教育大学・教育学部・教授

研究者番号 20184351

山口 武志(YAMAGUCHI TAKESHI)

鹿児島大学・教育学部・教授

研究者番号: 60239895

清水 紀宏(SHIMIZU NORIHIRO)

福岡教育大学・教育学部・教授

研究者番号: 50284451

山田 篤志(YAMADA ATUSHI)

愛知教育大学・教育学部・助教授

研究者番号: 20073823

影山 和也(KAGEYAMA KAZUYA)

広島大学大学院・教育学研究科・助教授

研究者番号: 60432283