

平成 22 年 4 月 10 日現在

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2007～2010

課題番号：19340001

研究課題名(和文) トーリック多様体の理論の展開と応用の研究

研究課題名(英文) Extensions and applications of the theory of toric varieties

研究代表者

石田 正典 (ISHIDA MASANORI)

東北大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：30124548

研究代表者の専門分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数幾何

キーワード：トーリック, 扇, 特異点, モチーフ, 代数多様体

## 1. 研究計画の概要

この研究は代数幾何学, 可換環論, 組み合わせ論に深く関係している. 国内外に関係する研究者は多いので, 研究集会などに参加して互いの最新の研究成果を交換して研究を促進する. また, この研究に関連した書籍が毎年多数出版されるので, それらのうち重要なものを選択して購入し研究に用いる.

また, 研究歴が長い研究者ばかりでは発想が固定されがちなので, 若い研究者を講演や意見交換に招いて, さらなる理論の展開を図る.

以下で各研究者の取り組む問題を挙げるが, これらは密接な意見の交換をしながら協力しあっている.

石田は実扇などの組み合わせ論と関係した部分を調べると共に, 計算機を用いて扇上の複体によるコホモロジー群の計算など, 具体的な計算にも取り組む. また, この研究の総括も行う.

雪江は概均質ベクトル空間商空間とモジュライ理論の関係について研究する.

花村はトーリック多様体のカテゴリーにおけるモチーフ理論の構成の可能性について研究する.

凸多面体は射影的トーリック多様体とそのアンプルな直線束を与えるが, その完備線形系が射影空間への埋込みを与えるとは限らない. 尾形はこの直線束から得られる正規次数付き環がいつ次数 1 の成分で生成されるか, また定義イデアルがいつ 2 次式で生成されるかなどを研究する.

原は可換環の性質を調べるための様々な

不変量について, トーリック多様体の場合を重要な具体例として計算して一般論への還元をめざす.

梶原は扇の理論と対数スキームの理論との関係を中心に調べる. また, トロピカル代数幾何との関連についても調べる.

足利はこれまでに一般型の代数曲面や代数曲線の退化について深く研究を行っており, 退化をトーリック多様体の族の中で実現することを中心に応用の研究を行う.

高橋もこれと同様に不変量を指定した一般型代数曲面の構成にトーリック多様体の族を用いて実現を図る.

また, 土橋は代数多様体の分岐被覆の問題をトーリック多様体への埋込みと超幾何微分方程式の理論を用いて研究する.

佐藤はトーリック・ファノ多様体の分類をさらに進め, さらに得られた分類を用いた多種の研究を行う.

## 2. 研究の進捗状況

石田はトーリック多様体や凸多面体, 接続層のコホモロジー群の記述などの研究を行った. 特に半群環の局所コホモロジー群と射影的トーリック多様体上の微分層のコホモロジー群に関する消滅定理との関係について, 錐から構成される複体を用いて解明した.

尾形は, トーリック多様体上のアンプル直線束の正規生成性について研究している. 今年度は, 3次元の非特異トーリック弱ファノ多様体上のアンプル直線束がすべて正規生成であることを証明した.

原は正標数の非特異代数多様体のフロベニウス射が経由する正規代数多様体のもつ

F-sandwich 特異点について、F-正則性や大域的 F-正則性との関連を中心に研究した。また、F-正則でない F-sandwich 曲面において、F-爆発と最小特異点解消とが一致しない特異点の例を構成した。

足利は安定曲線族を持つファイバー曲面について、吉川謙一氏と共同でドゥリーニュ・マンフォードコンパクト化上に符号数因子を定義し、それを有理線形同値の中で有用な形に書き直して、もとのファイバー曲面に具体的に引き戻すことで良い定式化を得た。

高橋は有理曲線および楕円曲線上の3次元射影空間束のある種の相対2次超曲面の分類に関して結果を得、現在投稿中である。

梶原はおもにトロピカル非特異トーリック多様体内の超曲面が固有に交わる場合の交点重複度のトロピカルな公式、および、固有に交わらない場合を含めて交叉積を扱う研究、さらに、対数構造を応用したピカル多様体のコンパクト化の研究を実施している。

### 3. 現在までの達成度

#### ② おおむね順調に進展している。

(理由)

上述の進捗情報の他、その他の連携研究者もそれぞれ担当分野について、トーリック多様体理論の応用に関連した研究を行い成果を得ている。

### 4. 今後の研究の推進方策

これまでの予定通りに研究を進めて行けば良いと考える。

### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

1. T. Ashikaga, Local signature defect of fibered complex surfaces via monodromy and stable reduction, Comment. Math. Helv. 85 (2010), 417--461.

査読有

2. D. Kondo and S. Ogata, On multiplication maps of ample bundles with nef bundles on toric surfaces, Interdisc. Inform. Sciences 14(2008), 183--190.

査読有

[学会発表] (計 19 件)

1. 梶原 健, 付値環に関するある有限性について, 研究集会「トロピカル幾何と計算代数」, 2010年1月4日, 神戸大学理学部

2. 石田 正典, Complexes on not necessarily normal toric varieties, 東北復旦代数幾何合同シンポジウム, 2009年11月26日, 東北大学大学院理学研究科

3. 高橋 知邦, Algebraic surfaces with pencils of non-hyperelliptic curves of genus 4, 研究集会 Branched Coverings, Degenerations, and Related Topics, 2009年3月11日, 広島大学理学部