

平成22年4月16日現在

研究種目：基盤研究 (B)  
研究期間：2007～2010  
課題番号：19340004  
研究課題名 (和文) 特殊函数の現代的発展—表現論と複素積分からのアプローチ  
研究課題名 (英文) Recent development of special functions from the viewpoint of representation theory and integrals of complex variables  
研究代表者  
三町勝久 (MIMACHI KATSUHISA)  
東京工業大学・大学院理工学研究科・教授  
研究者番号：40211594

研究代表者の専門分野：代数解析

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：ねじれホモロジー, 積分表示, 接続問題, 超幾何函数, 交叉数, モノドロミー, ジョーンズ多項式, ヘッケ代数

### 1. 研究計画の概要

(1) 複素積分の立場からのド・ラーム理論の研究はセルバーグ型積分を具体例に採りあげて, その指数がジェネリシティー条件を外れる場合に, 捩れ(コ)ホモロジーの消滅・非消滅の条件, 各次元の決定, 局所有限なサイクルによるホモロジーと有限なサイクルによるホモロジーの比較をする. さらに, このときに生じる核の分析や, 正則化可能サイクルの空間における旨い基底の発見交差数の明示的表示などを得る. 一般論の構築を目指す, 欲張らずに, まずは具体例の計算例を積み重ねる.

(2) ヘッケ環や量子群のド・ラーム・ホモロジーにおける位相幾何学的な表現の深化・発展を行う. 具体的には, 捩れサイクル上にバーマン・ヴェンツェル・村上代数の表現を実現すること, それらの既約性を明らかにすること, B,C,D型のヘッケ代数の表現を実現することなどがある.

(3) ジョーンズ多項式のような量子不変量と捩れホモロジーとの関係を調べるために, ビグローによる位相不変量の研究との比較・対照を行う.

### 2. 研究の進捗状況

(1) 一般超幾何函数のモノドロミー群を具体的に計算するという仕事は古典的な問題であるが, 具体的なサイクルを追跡しながら決定する技術が不足していたために, 不満足な形の結果が殆どであった. これに対し, 代表者は, 近年開発した方法を用いて, 具体的に書き下すことを行った. そして, その具体的

表示を利用することにより, モノドロミー表現の既約性に関する十分条件を決定することができた.

(2) 微分方程式の解の接続問題が, ねじれホモロジーの交叉数の計算とベータ積分を一般化したようなある種の定積分の計算に帰着されるということがわかった. そして, 一般超幾何函数の場合に, それを実行した.

(3) Even 4と呼ばれる微分方程式の解の接続問題を原岡喜重(熊大・自然)との共同研究により解いた

(4) アクセサリー・パラメタの無いフックス型微分方程式において, 横山利章(千葉工大)の分類したリストは, 系統的に議論できる数少ない例になっている. 代表者は, この系列のすべてに対して, 解の積分表示を与えることに成功した. その際, いくつかの系列を統合する, 新しい微分方程式を構成するという発展もあった.

(5) リンクの不変量であるジョーンズ多項式をセルバーグ型積分に付随する捩れホモロジーの交叉数を用いることにより定式化した. そして, この定式化によって, 2ブリッジノット, トーラスノットの3本線の場合, プレッツルの特別な場合に, ジョーンズ多項式の具体的表示を導いた.

### 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している.

(理由) 具体例に即して, 精密な議論を積み重ねることで, ねじれホモロジーの基本的性質の理解に進展がある. このことは, 上記の

進捗状況によりわかることと思う。しかし、一方で、一般論の構築にはまだまだである。

4. 今後の研究の推進方策  
地道に継続するしかない。

5. 代表的な研究成果  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

- ① K.Mimachi, The Jones polynomial and the intersection numbers of twisted cycles associated with a Selberg type integral, J. Knot Theory and its Ramif., 掲載予定, 査読有り.
- ② K.Mimachi, Connection matrices associated with the generalized hypergeometric function  ${}_3F_2$ , Funkt. Ekvac. 51 (2008) 107--133. 査読有り.
- ③ K.Mimachi-M.Yoshida, Regularizable cycles associated with a Selberg-type integral under some resonance condition, Internat. Jour. Math. 18 (2007), 395--409. 査読有り.

[学会発表] (計 2 件)

- ① 三町勝久, Intersection numbers of twisted cycles and the connection problem for the Fuchsian differential equations, Aarhus 大学, デンマーク, 2009. 12. 9-10, Workshop ``q-Representation theory.``にて.
- ② 三町勝久, Arrangements of hyperplanes and solutions of the Fuchsian differential equations free from accessory parameters, Mathematical Society of Japan Seasonal Institute 2009 on Arrangements of Hyperplanes, 2009. 8. 1-13, 北海道大学.