

機関番号：11301
 研究種目：基盤研究（B）
 研究期間：2007～2010
 課題番号：19340013
 研究課題名（和文） 幾何学的群論の総合的研究

研究課題名（英文） Study on Geometric group theory

研究代表者

藤原 耕二 (FUJIWARA KOJI)
 東北大学・大学院情報科学研究科・教授
 研究者番号：60229078

研究成果の概要（和文）：

双曲群の理論は80年代に Gromov によって創始された。本研究では、双曲性をより広い範囲に適用した。Caprace との共同研究で、Kac-Moody 群に擬準同型を構成した。これにより、有限表示、単純、かつ commutator width が無限である群をはじめて構成した。Bestvina との共同研究で、非正曲率を持つ体積有限なリーマン多様体の中で、ランク1の多様体を、擬準同型を使って特徴付けた。

研究成果の概要（英文）：Hyperbolic group was invented by Gromov in 80's. We aim to use hyperbolicity in broader objects. We constructed many quasi-homomorphisms on Kac-Moody groups. We obtained a first finitely presented, simple group with infinite commutator width (with Caprace). Using quasi-homomorphisms, we characterized rank-1 manifolds among complete Riemann manifold of non-positive curvature of finite volume (with Bestvina).

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	3,800,000	1,140,000	4,940,000
2008年度	3,500,000	1,050,000	4,550,000
2009年度	3,700,000	1,110,000	4,810,000
2010年度	2,800,000	840,000	3,640,000
年度			
総計	13,800,000	4,140,000	17,940,000

研究分野：数学

科研費の分科・細目：幾何学

キーワード：双曲群、写像類群、擬準同型、漸近次元、中心極限定理、カーブグラフ

1. 研究開始当初の背景

本研究のテーマである幾何学的群論は、80年代に Gromov が双曲群の理論を創始したことに始まる。以降、双曲群について画期的な成果が得られ、群や距離空間における双曲性は重要な概念であると認識されていた。開始当初は、それらのテクニックを、より広い範囲に適用できるかが課題となっていた。

2. 研究の目的

背景で述べたように、双曲性をより広い範囲に適用し、群論的な結果を導くことを目的とする。とくに、写像類群のカーブ複体への作用を使い、写像類群の性質を導く。また、非正曲率空間、またはそれにまつわる群に双曲性の議論を適用する。

3. 研究の方法

大域的には双曲的でないが、局所的には双曲的な空間、またはそのような群、さらには、双曲的な空間に作用するが、作用がプロパーでない群に対して、双曲群で成功したテクニックを適用する。たとえば、擬準同型を構成し群構造を調べる。

4. 研究成果

双曲性により次のような成果を得た。これらの成果は国際的にどれも高く評価されています。とくに、擬準同型に関する結果や技法は今後の応用が期待されている。

(1) 向き付け可能曲面のカーブグラフの漸近次元は有限である。

(2) 向き付け不能な曲面のカーブグラフの双曲性を示し、その写像類群に多くの擬準同型を構成した。

(3) Kac-Moody 群に擬準同型を構成した。これにより、有限表示、単純、かつ commutator width が無限である群をはじめ構成した。

(4) 非正曲率を持つ体積有限なリーマン多様体の中で、ランク 1 の多様体を、擬準同型を使って特徴付けた。

(5) 曲面の写像類群について、uniform uniform exponential growth を示す上で重要なステップを解決した。その結果を使って最終的な結果が得られている。

(6) 3次元双曲多様体のデーン手術を、特異点を持つ空間に拡張し、双曲群の新しい例を得た。

(7) 双曲群の上のある種の擬準同型にたいして、中心極限定理を示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 14 件)

1. Koji Fujiwara, Jason Fox Manning. CAT(0) and CAT(-1) fillings of hyperbolic manifolds. *Jour Diff Geometry* Volume 85, Number 2 (2010), 229-270. 査読有
2. Pierre-Emmanuel Caprace, Koji Fujiwara. Rank one isometries of buildings and quasi-morphisms of Kac-Moody groups. *Geom. and Funct. Anal.* 19, Number 5 (2010) 1296-1319. 査読有
3. Danny Calegari, Koji Fujiwara. Combable functions, quasimorphisms, and the central limit theorem. *Ergodic Theory*

and Dynamical Systems. 30, (2010)

1343-1369. 査読有

4. Danny Calegari, K. Fujiwara. Stable commutator length in word-hyperbolic groups. *Groups, Geometry, and Dynamics.* Volume 4, Issue 1, (2010), pp. 59-90. 査読有
5. K. Fujiwara, Quasi homomorphisms on mapping class groups, in "Handbook of Teichmuller Theory, Volume II". 241-270. 2009, EMS. 査読有
6. M. Bestvina, K. Fujiwara. A characterization of higher rank symmetric spaces via bounded cohomology. *Geom. and Funct. Anal.*, 19, no 1. (2009), 11-40. 査読有
7. Francois Dahmani, Koji Fujiwara, Copies of a one-ended group in a Mapping Class Group. *Groups, Geometry, and Dynamics*, Volume 3, Issue 3, (2009) pp. 359-377. 査読有
8. G. Bell, K. Fujiwara. The asymptotic dimension of a curve graph is finite. *J. London Math. Soc.* 77 (2008) 33-50. 査読有
9. K. Fujiwara, Subgroups generated by two pseudo-Anosov elements in a mapping class group. I. Uniform exponential growth. in "Groups of Diffeomorphisms", 283-296, ASPM 52, 2008, Mathematical Society of Japan. 査読有
10. Kuwae, Kazuhiro; Shioya, Takashi Variational convergence over metric spaces. *Trans. Amer. Math. Soc.* 360 (2008), no. 1, 35-75. 査読有
11. Morita, S.; Penner, R. C. Torelli groups, extended Johnson homomorphisms, and new cycles on the moduli space of curves. *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.* 144 (2008), no. 3, 651-671. 査読有

12. M. Bestvina, K. Fujiwara.
Quasi-homomorphisms on mapping class
groups. *Glasnik Matemicki*, Vol. 42, No. 1
(2007), 213-236. 査読有
13. K. Fujiwara, K. Whyte. A note on spaces
of asymptotic dimension one. *Algebraic &
Geometric Topology* 7 (2007) 1063-1070. 査
読有
14. Kotschick, D.; Morita, S.
Characteristic classes of foliated
surface bundles with area-preserving
holonomy. *J. Differential Geom.* 75 (2007),
no. 2, 273-302. 査読有
〔学会発表〕(計 19 件)
1. Koji Fujiwara, 2011.3.18. Subgroups
of interval exchange transformations.
Geometry and Analysis, Kyoto.
 2. Koji Fujiwara, 2010.10.29. "The
asymptotic dimension of mapping class
groups is finite". The geometry of the
outer automorphism group of a free
group, American Institute of Math,
PaloAlto, USA.
 3. Koji Fujiwara, 2010.9.15 "The
asymptotic dimension of mapping class
groups is finite". *Hyperbolic
Geometry and related topics*, KIAS,
韓国。
 4. Koji Fujiwara, 2010.9.4. "The
asymptotic dimension of mapping class
groups is finite". リーマン面に関連
する位相幾何学, 東京大
 5. Koji Fujiwara, 2010.8.26. "Combable
functions and the central limit
theorem on discrete groups" 確率論と
幾何学、東北大
 6. Koji Fujiwara, 2010.7.16. "Groups of
interval exchange transformations".
workshop "Geometric Group Theory,

- Hyperbolic Dynamics and Symplectic
Geometry*", Oberwolfach. Germany.
7. Koji Fujiwara, 2010.5.6. "Groups of
interval exchange transformations".
Workshop: Subgroups of mapping class
groups, Hausdorff Institute of Math,
Bonn, Germany.
 8. Koji Fujiwara, 2009.12.16. "The
asymptotic dimension of mapping class
groups is finite". Session "Geometric
Structures and Geometric Group
Theory", 2009 Joint Meeting of KMS and
AMS, December 16-20, 2009, Ewha
Womans University, Seoul, Korea.
 9. Koji Fujiwara, 2009.12.15. Subgroups
in the group of interval exchange
transformations. Kias Workshop on
*Geometric Structures and Geometric
Group Theory*, KIAS, Korea.
 10. Koji Fujiwara, 2009.9.2. The
asymptotic dimension of mapping class
groups is finite. 群と力学系に関わる
離散幾何学, 愛媛大学.
 11. Koji Fujiwara, 2009.6.17. CAT(0) and
CAT(-1) fillings of hyperbolic
manifolds, "Davis 60", Bedlewo,
Poland.
 12. Koji Fujiwara, 2009.3.19. The
asymptotic dimension of mapping class
groups is finite. "Groups, embeddings
and applications", 19-22.3.2009. U of
Hawaii. USA.
 13. Koji Fujiwara, 2009.2.20. CAT(0) and
CAT(-1) fillings of hyperbolic
manifolds. 「リーマン幾何と幾何解析」、
筑波大学
 14. Koji Fujiwara, 2008.9.12. "Combable
functions and the central limit

theorem”, Geometric Group Theory, Hyperbolic Dynamics and Symplectic Geometry, 2008.9.7-13, Oberwolfach, Germany.

15. Koji Fujiwara, 2008.8.28. Central limit theorem for combable functions on groups. Topology and computer 2008, 2008.8.27-29. at Tokyo Tech.
16. Koji Fujiwara, 2008.6.11. Schottky subgroups in mapping class groups. in “Nonpositive curvature and the elementary theory of free groups” at Anogia, Greece
17. Koji Fujiwara, 2007.8.26. 双曲性と擬準同型. 第54回幾何学シンポジウム, 鹿児島大学.
18. Koji Fujiwara, 2007.7.18. Hyperbolicity, quasi-homomorphisms and stable commutator length. in “Hyperbolic structures on 3-manifolds and large scale geometry of Teichmüller space”, Univ of Warwick, 英国.
19. Koji Fujiwara, 2007.11.6, “Rank-1 isometries on CAT(0) spaces and quasi-homomorphisms” in Topics in Geometric Group Theory, at MSRI, USA.

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：

発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

藤原 耕二 (FUJIWARA KOJI)
東北大学・大学院情報科学研究科・教授
研究者番号：60229078

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

森田 茂之 (MORITA SHIGEYUKI)
東京大学・数理科学研究科・名誉教授
研究者番号：70011674

塩谷 隆 (SHIOYA TAKASHI)
東北大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：90235507