

機関番号：12601

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2007～2010

課題番号：19340021

研究課題名（和文）確率過程に対する漸近展開理論、統計推測理論の研究とその応用

研究課題名（英文）Asymptotic expansion, statistical inference and their applications

研究代表者

吉田 朋広（YOSHIDA NAKAHIRO）

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号：90210707

研究成果の概要（和文）：

ジャンプ型確率微分方程式に対する疑似尤度解析を構成した。連続型の確率微分方程式に対する適合型推定法に関して研究し、ソフトウェア開発における基礎を与えた。拡散構造に対する変化点問題を研究し、混合ガウス過程による極限分布の表現を得た。非同期共分散推定量（Hayashi-Yoshida estimator）の漸近混合正規性の証明を専門誌に発表した。リードラグ推定の問題を設定し、セミマルチンゲールに対して推定量の収束率を示した。混合正規の場合のマルチンゲール漸近展開の理論を作り、実現ボラティリティの漸近展開を与えた。

研究成果の概要（英文）：A quasi likelihood analysis (QLA) was constructed for stochastic differential equations with jumps. Adaptive methods for continuous diffusion type processes were proposed. This gives a basis for implementation. The change point problem was studied for a stochastic regression model, and the limit theorem was presented through a mixture type Gaussian functional. Proof of the asymptotic mixed normality of the nonsynchronous covariance estimator (Hayashi-Yoshida estimator) was published. A lead-lag problem was framed and we proved a convergence rate of our lead-lag estimator for a semimartingale model with lag. A theory of asymptotic expansion for a martingale with mixed normal limit was initiated and applied to the realized volatility.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	3,100,000	930,000	4,030,000
2008 年度	3,400,000	1,020,000	4,420,000
2009 年度	3,500,000	1,050,000	4,550,000
2010 年度	3,500,000	1,050,000	4,550,000
総計	13,500,000	4050,000	17,550,000

研究分野：確率統計学

科研費の分科・細目：数学一般（含む確率論・統計学）

キーワード：解析学、確率論、統計数学、応用数学、経済統計学

## 1. 研究開始当初の背景

確率過程の統計推測は最近30年ほどの間に急速に発展したが、推測理論の枠組みと分布近似に関する確率論的枠組みの両方で本質的な進展が必要となっていた。たとえば、確率過程に対する統計的確率場の収束理論と大偏差理論を含んだ疑似尤度解析の確立、マルチ

ンゲール中心極限定理と漸近展開を越えた、混合極限での漸近展開理論の構築等は、理論の発展に不可欠だが未解決であった。これらが確立されれば、確率微分方程式のベイズ型推定量を含む尤度解析に付随する統計量の積率収束が導かれ、極限定理、予測、情報量規準、漸近展開での理論上の障害が解消される。

また、非エルゴード的統計における高次漸近理論に道が開かれ、たとえば金融統計における最重要の統計量であるリアライズドボラティリティの漸近展開が得られる。

時系列間の時間の相対化と非同期観測における統計推測の構造の研究も新しい対象であり、金融データ解析において自然に現れていた。ボラティリティ間の相互関係を表現するための最も基本的な量は共変動過程（“ブラケット”）であるが、非同期観測に対しては、常識的と思われるアドホックな方法は全く機能しないことが知られていた（Epps効果と総称される）。この困難の解決の為に提案されたのが非同期共分散推定量であったが、推定量の構造は、諸量をフィルトレーションにきっちりと適合させる確率解析に馴染みにくい形をしている。統計量の漸近挙動の解明は、応用上は言うまでもなく、理論上も新しい課題であった。

## 2. 研究の目的

確率過程の統計推測理論とその発展の基礎となる確率統計学の理論研究を行う。本研究は確率微分方程式の統計解析ソフトウェア開発、ファイナンス統計・保険数理への応用の基礎を確立することを目的に含んでいる。具体的には以下の通りである。

- (1) 混合極限分布の場合の漸近展開理論とその応用
- (2) 非同期サンプリング下の共分散構造推定の理論
- (3) セミマルチンゲールの離散観測による統計推測理論
- (4) 多項式型大偏差不等式と統計的確率場の強い弱収束の理論の応用
- (5) 確率過程の汎関数に対する確率の評価に関する幾つかの問題。

## 3. 研究の方法

統計的漸近理論、漸近分布理論の基礎的研究を行った。内外の研究者と連絡し、研究を進めた。実験に必要な人的資源を謝金で確保した。統計数学セミナーを継続的に開き、情報収集に役立てた。研究集会を開き、関係する研究者と情報交換を行った：

“Stochastic Analysis and Statistical Inference IV”, 東京大学大学院数理科学研究科, 2009. 2. 18-2. 19

“Stochastic Analysis and Statistical Inference III”, 東京大学大学院数理科学研究科, 2008. 11. 26-11. 27

“Stochastic Analysis and Statistical

Inference II”, 東京大学大学院数理科学研究科, 2008. 2. 18

“Stochastic Analysis and Statistical Inference”, 東京大学大学院数理科学研究科, 2007. 11. 29-11. 30

## 4. 研究成果

- (1) 混合正規分布を極限に持つマルチンゲールに対する漸近展開を解明し、リアライズドボラティリティの漸近展開を導いた。
- (2) ボラティリティの変化点問題と極限定理に関して研究し、確率回帰モデルにおいて、変化点推定量を提案し、極限定理を証明した。
- (3) 有限時間離散観測下での拡散係数に対する疑似尤度解析の構成と、統計的確率場の非退化性について研究した。連続型確率微分方程式に対して、高次の適合型推定量の提案とその漸近挙動を明らかにした。
- (4) 従属性のある一般的なサンプリングスキームにおける非同期共分散推定量の極限定理の研究を深化させた。
- (5) HY推定量のファイナンスへの応用として、市場における企業間のリード・ラグ推定の枠組みを与え、セミマルチンゲールのラグモデルに対してリード・ラグ推定量を提案し、その収束を証明し、収束率を与えた。
- (6) エルゴード的なジャンプ付き確率微分方程式に対する疑似尤度解析を構築した。

## 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 12 件）

- (1) T. Hayashi and N. Yoshida  
“Nonsynchronous covariance process and limit theorems”, Stochastic Processes and their Applications on-line, 121, Issue10 (2011) 2416-2454
- (2) D. Arnak and N. Yoshida  
“Second-order asymptotic expansion for a non-synchronous covariation estimator”, Annales de l'Institut Henri Poincaré, 47, 3 (2011) 748-789
- (3) Y. Sakamoto and N. Yoshida  
“Asymptotic Expansion for Functionals of a Marked Point Process”, Communications in Statistics - Theory and Methods, 39, Issue 8 and 9 (2010) 1449-1465
- (4) S. Iacus and N. Yoshida  
“Numerical Analysis of Volatility Change Point Estimators for Discretely Sampled Stochastic Differential Equations”, Economic Notes by Banca Monte dei Paschi di Siena SpA, 39, Issue 1 and 2 (2010) 107-127

(5) 吉田朋広

「確率過程の統計学：概観と展望」(日本統計学会賞受賞者特別寄稿論文) 日本統計学会誌, 40, 1, (2010) 47-60

(6) N. Yoshida

“Polynomial type large deviation inequalities and quasi-likelihood analysis for stochastic differential equations”, Annals of the Institute of Statistical Mathematics online (2010)

(7) T. Ogihara and N. Yoshida

“Quasi-likelihood analysis for the stochastic differential equation with jumps”, Statistical Inference for Stochastic Processes, 14, Issue3 (2011) 189-229

(8) Y. Sakamoto and N. Yoshida

“Third-order asymptotic expansion of M-estimators for diffusion processes”, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 61, (2009) 629-661

(9) S. Iacus and N. Yoshida

“Estimation for the discretely observed telegraph process”, Theor. Probability and Math. Statist., 78 (2009) 37-47

(10) S. Iacus and N. Yoshida

“Parametric estimation for partially hidden diffusion processes sampled at discrete times”, Stochastic Processes and their Applications, 119 (2009) 1580-1600

(11) Y. Sakamoto and N. Yoshida

“Asymptotic Expansion for Stochastic Processes: an Overview and Examples”, 38 (2008) 173-185

(12) T. Hayashi and N. Yoshida

“Asymptotic normality of a covariance estimator for nonsynchronously observed diffusion processes”, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 60, (2008) 367-406

[学会発表] (計 29 件)

(1) N. Yoshida

“Martingale expansion: mixed normal limit and applications”, DYNSTOCH meeting, The University of Angers, France, 2010. 6. 17

(2) N. Yoshida

“Inference for Discretely Observed Diffusion Processes”, 1st R/ Rmetrics Summer School and 4th User/ Developer Meeting on Computational Finance and Financial Engineering, Meielisalp, Switzerland, 2010. 6. 29

(3) N. Yoshida

“Asymptotic expansion for a martingale with a mixed normal limit distribution”,

SPA OSAKA 2010, 34th Conference on Stochastic Processes and Their Applications, Senri Life Science Center Building, 2010. 9. 10

(4) N. Yoshida

“Statistical inference for diffusions”, SPA OSAKA 2010, 34th Conference on Stochastic Processes and Their Applications, Kyoto Research Park, 2010. 9. 15

(5) N. Yoshida

“Limit theorems and volatility estimation”, 数理統計学の新たな展開, 大宮ソニックシティー, 2010. 11. 15

(6) N. Yoshida

“Limit theorems and estimation for diffusions”, 諸分野との協働による数理科学のフロンティア, 京都大学数理解析研究所, 2010. 11. 19

(7) N. Yoshida

“Statistical inference for volatility and related limit theorems”, Market Microstructure, Confronting Many Viewpoints, Institut Louis Bachelier, Paris, France, 2010. 12. 7

(8) N. Yoshida

“Statistical inference for volatility and related limit theorems”, Asymptotic Statistics, Risk and Computation in Finance and Insurance, 東京工業大学, 2010. 12. 15

(9) N. Yoshida

“Some limit theorems in inference for volatility. Statistics for Stochastic Processes: Inference, Asymptotic Methods”, Finance and Data Analysis, 東京大学大学院数理科学研究科, 2011. 2. 23

(10) N. Yoshida

“Limit theorems in asymptotic statistics for diffusions”, Asymptotical Statistics of Stochastic Processes VIII, Universit e du Maine, Le Mans, France, 2011. 3. 21

(11) N. Yoshida

“Quasi-likelihood analysis and limit theorems in volatility estimation”, Statistical inference and numerical analysis of stochastic processes: probabilistic tools and application to financial econometrics Universita' Degli Studi Di Firenze, Novoli, Firenze, Italy, 2011. 3. 17

(12) 吉田朋広

「確率微分方程式の統計学雑感」, 平成21年度統計数理研究所共同研究集会統計サマーセミナー2009, 福井県あわら市芦原温泉, 2009. 8. 12

- (13) 内田雅之, 吉田朋広  
「確率微分方程式のボラティリティの推定」, 2009 年度統計関連学会連合大会, 同志社大学, 2009.9.7
- (14) N. Yoshida  
“Asymptotic expansion for a martingale with a mixed normal limit distribution”, DYNSTOCH Meeting 2009, Humboldt-Universität zu Berlin, Germany, 2009.10.8
- (15) 吉田朋広  
「確率過程の漸近展開: 概観と展望」2009 年度中之島ワークショップ金融工学・数理・計量ファイナンスの諸問題, 大阪大学中之島センター, 2009.12.5
- (16) N. Yoshida  
“Martingale expansion of mixture type and its applications”, Workshop on “Stochastic Analysis and Statistical Inference V”, 東京大学大学院数理科学研究科, 2010.2.22
- (17) 吉田朋広  
「確率過程の統計学: 概観と展望 (日本統計学会賞)」第4 回日本統計学会春季集会, 青山学院大学, 2010.3.7
- (18) N. Yoshida  
“Expansion of asymptotically conditionally normal Law”, Workshop on Finance and related mathematical and statistical issues, Kyoto Research Park, 2008.9.6
- (19) N. Yoshida  
“First and second order limit theorems in nonsynchronous covariance estimation”, 日本学術振興会日露共同研究プロジェクト研究集会 Stochastic analysis of the advanced statistical models, 2008.11.4
- (20) N. Yoshida  
“Estimation of Lag by the nonsynchronous covariance estimator”, Workshop on “Stochastic Analysis and Statistical Inference III”, 東京大学大学院数理科学研究科, 2008.11.26
- (21) N. Yoshida  
“Asymptotic expansion for the asymptotically conditionally normal law”, Asymptotical Statistics of Stochastic Processes VII, Université du Maine, Le Mans, 2009.3.16
- (22) N. Yoshida  
“Quasi-likelihood analysis for stochastic processes”, 2009 年度日本数学会年会, 東京大学駒場キャンパス講堂, 2009.3.28
- (23) T. Hayashi and N. Yoshida  
“Nonsynchronous covariation and limit theorems”, 2009 年度日本数学会年会, 東京

- 大学駒場キャンパス講堂, 2009.3.28
- (24) M. Uchida and N. Yoshida  
“Estimation for misspecified ergodic diffusion processes”, 2009 年度日本数学会年会, 東京大学駒場キャンパス講堂, 2009.3.28
- (25) N. Yoshida  
“Limit theorems for non-synchronously sampled diffusion processes”, 日本学術振興会日露共同研究プロジェクト研究集会「確率的複雑系に対する漸近理論とその応用の研究」, 大阪大学大学院基礎工学研究科, 2007.8.9
- (26) N. Yoshida  
“Covariance estimation under nonsynchronous sampling”, DMHF2007: COE Conference on the Development of Dynamic Mathematics with High Functionality, Fukuoka, 2007.10.3
- (27) N. Yoshida  
“Asymptotic expansion of a nonsynchronous covariance estimator”, Workshop on Stochastic Analysis and Statistical Inference, 東京大学大学院数理科学研究科, 2007.11.30
- (28) N. Yoshida  
“Nonsynchronous covariance estimation and limit theorems”, 2007 年度中之島ワークショップ金融工学・数理・計量ファイナンスの諸問題, 大阪大学中之島センター, 2007.12.2
- (29) N. Yoshida  
“Nonsynchronous covariance estimation and limit theorems”, Laboratoire d'Analyse et de Mathématiques Appliquées Université de Marne-la-Vallée, Paris-Est 2008.3.28

[その他]  
ホームページ等  
<http://www2.ms.u-tokyo.ac.jp/probstat/>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

吉田 朋広 (YOSHIDA NAKAHIRO)  
東京大学・大学院数理科学研究科・教授  
研究者番号: 90210707

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号:

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号: