

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2007～2010

課題番号：19340032

研究課題名(和文)

巨大な群上の調和解析に向けた確率論と表現論の融合的研究

研究課題名(英文)

Integrated study of probability and representation theory towards harmonic analysis on huge groups

研究代表者

洞 彰人 (HORA AKIHITO)

名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授

研究者番号：10212200

研究成果の概要(和文)： 巨大な群上での調和解析の展開に向けて、確率論と表現論の融合的な研究を推進した。調和解析とは、事物の対称性に注目することによって深い数学的構造を見出し、それに立脚した解析を行う学問分野である。本研究では、無限自由度をもつ大規模な対象を扱うため、その対称性を記述する群として巨大な群が現れる。得られた成果の中で最も主要なものは、(i)調和解析の素子となる指標と呼ばれる関数の分類と具体形を与える公式、および(ii)群の表現の漸近挙動と確率論の極限定理をつなぐ一連の結果である。

研究成果の概要(英文)： Towards developing harmonic analysis on huge groups, we did integrated studies of probability theory and group representations. Harmonic analysis is a discipline which seeks deep mathematical structures by looking at symmetries of the objects and develops analysis relying on them. In this study, we are led to huge groups describing the symmetries because our objects are so big as to have an infinite degree of freedom. Main results among the ones we obtained are (i) classification and explicit formulas of the characters which are building blocks of harmonic analysis, and (ii) a series of theorems which construct a bridge between asymptotic behavior of representations of groups and probabilistic limit theorems.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	3,800,000	1,140,000	4,940,000
2008年度	2,800,000	840,000	3,640,000
2009年度	2,100,000	630,000	2,730,000
2010年度	2,100,000	630,000	2,730,000
総計	10,800,000	3,240,000	14,040,000

研究分野： 関数解析学

科研費の分科・細目： 数学・基礎解析学

キーワード： 解析学、関数解析学、確率論、表現論、調和解析

1. 研究開始当初の背景

(1)対称性の本質の追究をもって遍く数学に浸透する表現論と大規模系の挙動を把握する統一的な枠組を提供する確率論は、ともに代数・幾何・解析という伝統的な分類を横断して数学を編む横糸の役割を担う。このような分野を越えた潮流の相互作用の研究は、大

きな実りをもたらすことが期待できる。研究代表者は従来の研究でも一貫してこの視座を持ってきた。

(2)現在巨大な群上の調和解析の研究を活発に行っているアメリカやロシアのグループに比すれば、わが国のこの方面の研究は残念ながら若干水をあけられている。しかし、研

究代表者は、わが国独自の特徴として、確率解析をはじめとする伝統的な確率論の研究の流れと群の表現論における指標の研究とを取り入れ、この新しい調和解析の展開を進めるための拠点概念の形成がわが国においても十分可能であるとの構想をもった。

2. 研究の目的

(1) 巨大な群上の調和解析の研究を推進するため、新たな問題の探索と研究の創出が可能になるようなアイデアを提示し、拠点を構築することが、本研究の第一の目的である。確率論と表現論の融合を考える際の鍵になる要素は、確率論の極限定理の階層によって表現されるさまざまなスケール極限、および群上の典型的な関数の表現論的な解析と分類である。

(2) 主要目的の1つは、確率論的な視点をを用いた群の指標の研究である。ここで言う巨大な群の指標とは、群のユニタリ表現が生成するフォンノイマン環のトレースによって定まる群上の関数である。指数関数・三角関数やコンパクト群の既約指標と同じように、それらは調和解析の素子の役割を果たすものである。

(3) 主要目的として挙げるべきもう1つは、群の表現の既約分解や因子分解の漸近挙動、統計法則の研究である。表現の分解は、群上の調和解析の中心に位置する問題であると同時に、物理学や他の科学への群論の応用にも深く関わる。確率論の極限定理の枠組の中でこの問題を捉えることは、群の表現における臨界現象の特定に有効であるにとどまらず、表現の分解の漸近挙動の研究の自然な発展方向を示唆する点でも価値がある。

3. 研究の方法

(1) 本研究は、巨大な群上での調和解析という未開拓領域の多い学問分野の発展に向けて、確率論と表現論の融合的な研究を進めるものであるため、確率論と表現論のそれぞれに関わる分野で活発に仕事をしているとともに、多方面にわたって広い視野をもつ研究者たちに研究分担者を依頼した。

(2) 研究代表者は、本研究の初年度に、「無限次元調和解析の眺望と探究」と題する学術振興会の日独二国間のセミナーを日本側代表者として主催した。内容的にも人的にも、この日独セミナーとの協同は、本研究にとってたいへん有益であった。

(3) 新しい研究の芽を創出するような概念の形成を目指すには、個別の研究打合せを密にすることに加えて、関係者が一堂に会することのできる場を設けることが欠かせない。研究代表者の所属大学を中心に、中規模の課題集中型の研究集会を数回開催し、多くは公開の形式をとった。

(4) 海外の研究グループとの連携を深め、研究分担者たちも交えて本研究の主題に関わる討論や研究打合せを行うことは、本研究にとって本質的な重要性をもつ。このため、研究代表者および関連するわが国の研究者を海外に派遣し、研究集会での研究成果発表、研究情報の収集、研究打合せ等を行った。また、特に若手の研究者に重点を置いて海外から数名の研究者を招聘した。世界を飛び回って確率論と表現論の境界領域において活発に研究を行っているこれらの研究者たちとの協同は、本研究の進展に大きな影響を与えた。

4. 研究成果

(1) 量子確率論の視点から見た漸近的表現論とグラフのスペクトル解析。研究分担者と共同で研究してきた一連の主題に関する結果である。量子分解という手法を用いて、サイズが無限に大きくなるグラフの系列のスペクトルの漸近挙動を詳細に解析し、極限のスペクトル分布についての具体的な興味深い結果を得た。

(2) 対称群の表現の漸近挙動と無限対称群の表現の研究。対称群の指標、自由確率論における自由キュムラントの概念、および対称関数論の相互の関わりあいを検討し、指標公式とその周辺の事実を整理した。無限対称群の表現に関しては、ヤンググラフの経路空間上の測度を中心とした理論展開を行った。

(3) 環積群の既約指標の漸近挙動と無限環積群の指標の研究。研究分担者と共同で研究してきた一連の結果である。ここで扱う有限の環積群は、任意のコンパクト群の直積と有限の対称群の半直積で定まる群である。特に、複素鏡映群を含んでいる。環積群の既約および可約な指標について、対称群のサイズが無限に大きくなるときの漸近挙動を詳細に解析した。また、その指標の漸近挙動と無限環積群（すなわち無限対称群による任意のコンパクト群の無限環積）の因子表現の指標との関係を明らかにした。これにより、無限環積群の指標の分類と具体形を与える公式も得られた。誘導表現の理論をはじめとした群の表現論と、マルチンゲールやグラフのマルチン境界にまつわる確率論との両面からのアプローチが相乗的な効果をもたらした。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

① T.Hirai, E.Hirai, A.Hora, Towards projective representations and spin characters of finite and infinite complex reflection groups, *Infinite Dimensional Harmonic Analysis*, 査読有, Vol.4, 2009,

112—128.

② T.Hirai, E.Hira, A.Hora, Limits of characters of wreath products $S_n(T)$ of a compact group T with the symmetric groups and characters of $S_\infty(T)$, I., Nagoya Mathematical Journal, 査読有, Vol.193, 2009, 1—93.

③ A.Hora, T.Hirai, E.Hirai, Limits of characters of wreath products $S_n(T)$ of a compact group T with the symmetric groups and characters of $S_\infty(T)$, II. From a viewpoint of probability theory, Journal of Mathematical Society of Japan, 査読有, Vol.60, 2008, 1187—1217.

④ A.Hora, N.Obata, Asymptotic spectral analysis of growing regular graphs, Transactions of American Mathematical Society, 査読有, Vol.360, 2008, 899—923.

⑤ T.Hirai, E.Hirai, Characters of wreath products of compact groups with the infinite symmetric group and characters of their canonical subgroups, Journal of Mathematics of Kyoto University, 査読有, Vol.47, 2007, 269—320.

[学会発表] (計 7件)

① A.Hora, Characters and harmonic functions related to infinite wreath product groups, RIMS Project Research Functions in Number Theory and Their Probabilistic Aspects, 2010年12月14日, 京都大学数理解析研究所.

② A.Hora, Kerov's CLT for a non-Plancherel ergodic measures, 無限次元解析と量子確率論, 2008年11月10日, 東北大学大学院情報科学研究科.

③ A.Hora, Harmonic analysis on symmetric groups and branching graphs, Non-commutative Harmonic Analysis with Applications to Probability, 2008年8月22日, Banach Center, Będlewo, Poland.

④ 平井武, 無限対称群および無限環積群の表現と指標, 日本数学会年会, 2008年3月23日, 近畿大学.

⑤ A.Hora, A strong LLN for some Young diagram ensembles, Infinite Dimensional Analysis and Quantum Probability, 2007年12月3日, Chungbuk National University, Korea.

⑥ A.Hora, Group characters, random Young diagrams, and some limit theorems, 数論と確率論, 2007年10月15日, 京都大学数理解析研究所.

⑦ A.Hora, Realization of Vershik-Kerov's type for finite factorial representations of infinite wreath product groups, Sminarium Dyskretna Analiza Harmoniczna, 2007年6

月6日, University of Wrocław, Poland.

[図書] (計 0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

○取得状況 (計 0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

洞 彰人 (HORA AKIHITO)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授
研究者番号: 10212200

(2) 研究分担者

岡田 聡一 (OKADA SOICHI)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授

研究者番号: 20224016

楯 辰哉 (TATE TATSUYA)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・准教授

研究者番号: 00317299

平井 武 (HIRAI TAKESHI)

京都大学・名誉教授

研究者番号: 70025310

(H20 → H22: 連携研究者)

尾畑 伸明 (OBATA NOBUAKI)
東北大学・大学院情報科学研究科・教授

研究者番号: 10169360

(H20 → H21: 連携研究者)

下村 宏彰 (SHIMOMURA HIROAKI)

高知大学・教育学部・教授

研究者番号: 20092827

(H20 → H21 : 連携研究者)

河添 健 (KAWAZOE TAKESHI)
慶應義塾大学・総合政策学部・教授
研究者番号 : 90152959

(H20 → H21 : 連携研究者)

山田 裕史 (YAMADA HIROFUMI)
岡山大学・大学院自然科学研究科・教授
研究者番号 : 40192794

(H20 : 連携研究者)

新井 仁之 (ARAI HITOSHI)
東京大学・大学院数理科学研究科・教授
研究者番号 : 10175953

(H20 : 連携研究者)

西山 享 (NISHIYAMA KYO)
京都大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号 : 70183085

(H20 : 連携研究者)

伊師 英之 (ISHI HIDEYUKI)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・
准教授
研究者番号 : 00326068

(3) 連携研究者

松本 詔 (MATSUMOTO SHO)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・
助教
研究者番号 : 60547553

稲浜 譲 (INAHAMA YUZURU)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・
准教授
研究者番号 : 80431998