

研究種目： 基盤研究 (B)

研究期間： 2007~2010

課題番号： 19340037

研究課題名 (和文) 粘性や緩和効果を考慮した非線形保存則の解の時間大域構造

研究課題名 (英文) Time global structure of solutions of nonlinear conservation law with viscosity and relaxation

研究代表者

松村 昭孝 (MATSUMURA AKITAKA)

大阪大学・大学院情報科学研究科・教授

研究者番号： 60115938

研究代表者の専門分野： 解析学

科研費の分科・細目： 数学・大域解析学

キーワード： 保存則 半導体方程式 ナヴィエ・ストークス方程式 時間大域解 長時間挙動

## 1. 研究計画の概要

最近の詳細な基本解評価を参考にしつつ、より巧みに重み関数を構成することで、エネルギー法の見直しを行い、最小限の基本解の性質をエネルギー法と組み合わせることで必要な結果を導出することを計画する。

(1) 単独粘性保存則の解の漸近挙動について考察が不十分な問題、特に流束が凸でない場合を詳細に調べる。

(2) 一次元粘性流体の方程式の  $3 \times 3$  システムの解の漸近挙動、特に、中国科学院との共同研究によって、接触不連続解に関連する場合を詳細に調べる。また、これまでの一次元で漸近安定性が示されている波の多次元安定性を調べる。

(3) 半導体の流体モデルの研究に対して、工学的にも重要なエネルギー方程式を加えた半導体の方程式 (エネルギー輸送モデル) を量子効果も考慮に入れつつ考察し、これまでエネルギー効果や量子効果を考慮せずに行われていた様々な数学的結果を拡張する。

(4) 研究代表者および関西地区の分担者が常に参加するセミナーを毎週定期的には大阪大学で行う。

(5) 毎年7月に京都大学・数理解析研究所における研究集会「流体と気体の数学解析」に参画し、これに参加する研究者の旅費の一部援助を行う。

(8) 毎年、数人の海外研究協力者を研究打ち合わせのため招聘すると共に、国内外の関連研究集会に積極的に参加し、討論・発表・交流を行う。

## 2. 研究の進捗状況

研究代表者松村は、研究分担者、連携研究者、

また中国科学院数学研究所との共同研究において、エネルギー法に関し新たな手法を提案することに成功し、これらをいろいろな問題に応用しつつある。例えば、単独粘性保存則の解の漸近挙動について、流束関数が凸でないときにも適用できる重み関数を構成し半空間での初期値境界値問題で大きな進展を見た。また、粘性理想気体の一次元運動を記述する  $3 \times 3$  の圧縮性ナヴィエ・ストークス方程式系の初期値問題に対し、非粘性部分のオイラー方程式のリーマン問題が二つの衝撃波で構成される場合や接触不連続と希薄波で構成される場合での解の長時間挙動を明らかにすることが出来るようになった。連携研究者の小田中は、半導体方程式の解析を行い、従来のボルツマン統計を基になされた解析をフェルミ・ディラック統計に一般化し、半導体方程式の定常解の存在を示し、構成した不動点写像が縮小写像となることを証明した。連携研究者西畑は、半導体中の電子流を記述するモデルとして、熱伝導流体力学モデル、ドリフト拡散モデル等を考察し、これらモデルの大域的可解性及び、長時間挙動、さらには各種のパラメータに関する方程式間の階層構造を解明した。連携研究者柘植は、半導体の流体力学モデルに関し、unipolar 及び bipolar の両モデルに対して、定常解の存在および一意性を示すことに成功した。連携研究者柳沢は、有界領域における定常ナヴィエ・ストークス方程式の解の存在を保障するア・プリオリ評価 (Leray の不等式) の成立(不成立)と境界流束及び領域の位相的性質との関係に関する新たな結果を得た。以上の結果は多くの学術雑誌への掲載や研究集会での発表として結実しつつある。

### 3. 現在までの達成度

前項「研究の進捗状況」で記述したように、研究代表者と分担者・連携研究者との共同研究はほぼ「研究計画の概要」に沿って順調になされつつある。ただし、空間多次元での考察が若干不足していることは注意したい。以上から、達成度区分としては「②概ね順調に進展している」としたい。

### 4. 今後の研究の推進方策

前項までに記述したように各研究は概ね順調であることから、現在進行中の各研究のさらなる発展に集中する。特に、開発した新たなエネルギー法を既存の粘性衝撃波の漸近安定性の議論に再適用することを考えている。また、これも前項で指摘した一次元波の多次元での漸近安定性の議論への応用を探索する予定である。これらの進展のために、夏に行われる京都大学・数理解析研究所における研究集会「流体と気体の数学解析」や秋に準備中の国際研究集会の場を最大限利用していく予定である。

### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 29 件)

- ① S.Nishibata and M.Suzuki, Asymptotic stability of a stationary solution to a heat-conductive hydrodynamic model for semiconductors, Arch. Rat. Mech. Anal., 192, 187-215, 2009, 査読有
- ② F.Huang and A.Matsumura, Stability of a composite wave of two viscous shock waves for the full compressible Navier-Stokes equation, Commun. Math. Phys. 289, 841-861, 2009, 査読有
- ③ T.Shimada and S.Odanaka, A numerical method for a transient quantum drift-diffusion model arising semiconductor devices, Journal of Computational Electronics, vol.7, 485-493, 2008, 査読有

[学会発表] (計 52 件)

- ① 西畑伸也, Relaxation limits and asymptotic behaviors of solutions to the hydrodynamic model for semiconductors, 12th Int. Conf. on Hyperbolic Problems, 2008年6月13日, University of Maryland, U.S.A.
- ② 松村昭孝, 一次元粘性保存則系の解の長時間挙動 I, II, 研究集会「微分方程式の総合的研究」, 2007年12月14日, 15日, 東京大学数理科学研究科