

平成 22 年 5 月 12 日現在

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2007～2009

課題番号：19360085

研究課題名（和文） サドル解に着目した秩序構造及び大規模乱流構造の解明と制御

研究課題名（英文） Elucidation and control of coherent structures and large-scale turbulence structures based on saddle solutions

研究代表者

河原 源太（KAWAHARA GENTA）

大阪大学・大学院基礎工学研究科・教授

研究者番号：50214672

研究成果の概要（和文）：本課題は、秩序構造及び大規模乱流構造を、ナビエ・ストークス方程式の不安定な周期解や定常進行波解を用いて解明あるいは制御することを目的として行われた。平面クエット系では層流と乱流の境界に存在する周期解の不安定多様体により乱流遷移の動力学を特徴づけ、また空間に局在した制御入力による流動抵抗低減を実現した。一方、正方形ダクト流における定常進行波解を求め、秩序構造と乱流二次流れとの関連性を明らかにした。

研究成果の概要（英文）：The aim of this work is to elucidate or control coherent structures and large-scale turbulence structures using unstable periodic and steady traveling-wave solutions to the Navier-Stokes equation. In a plane Couette system dynamical flow behavior in transition to turbulence has been characterized in terms of the unstable manifold of the periodic orbit on the basin boundary between laminar and turbulent attractors, while a drag reduction has been accomplished by use of control input confined to the near-wall regions. The traveling-wave solution has been discovered in square-duct flow to be used for demonstration of direct relevance between coherent structures and turbulence-driven secondary flow.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	11,900,000	3,570,000	15,470,000
2008年度	2,400,000	720,000	3,120,000
2009年度	1,400,000	420,000	1,820,000
年度			
年度			
総計	15,700,000	4,710,000	20,410,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：流体力学，乱流

キーワード：乱流，壁乱流，周期サドル解，縦渦，ストリーク，乱流二次流れ，乱流制御，国際情報交換（ドイツ：スペイン：カナダ）

## 1. 研究開始当初の背景

研究代表者らは、平面クエット乱流の壁近傍において、エネルギー散逸が活発に行われ

る状態と、散逸が低く静穏な状態の2つが現れることを数値シミュレーションによって発見し、それらの状態が非圧縮ナビエ・スト

ークス方程式の2つの異なる不安定周期解によって表されることを示した。活発状態を示す周期解は壁法則及び壁領域における秩序構造(縦渦及びストリークとそれらの回帰的振舞い)を再現する。これらの解の不安定性は低い(相空間での局所不安定多様体の次元は低い)ため、乱流状態にある系は相空間においてこの周期軌道に頻りに接近することができる。その後、この種の活発サドル解と静穏サドル解が種々の壁乱流に普遍的に存在し、異なる壁乱流に対するサドル解が酷似した空間構造を示すことを明らかにした。また、(定常)等方性乱流でも壁乱流の場合と同様の活発解と静穏解が存在し、活発解はコルモゴロフの相似則及び散逸領域における秩序構造(ワーム)を再現することが判明した。

加えて、乱流制御に関する研究にも取り組み、壁面での境界条件を変更することにより(多孔質壁面の導入)、チャンネル乱流の運動量輸送制御が可能であることを数値シミュレーションによって明らかにした。さらに、壁乱流の摩擦抵抗低減を目指して、カオス制御理論を援用し上述の静穏サドル解の安定化を試み、少数自由度かつ微小振幅の制御入力により静穏状態が安定化でき、その結果摩擦抵抗を乱流状態の約60%から30%程度にまで抑えられることを示した。

本研究課題では、『種々の乱流中の秩序構造及び大規模乱流構造の特性をサドル解によって解明し制御する』ことを目指した。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、上述のように『種々の乱流中の秩序構造及び大規模乱流構造の特性をサドル解によって解明し制御する』ことである。乱流の代表例として、平行平板間乱流、矩形ダクト乱流、等方乱流を取り上げ、サドル解を用いたアプローチにより、様々な乱流中の秩序構造と大規模構造の動力学的特性を解明する。さらに、サドル解を安定化することによって、乱流運動量・熱輸送現象の制御を実現する手法を提案する。

具体的な目的としては、

- (1) 種々の乱流中のサドル解(不安定周期解、定常進行波解も含む)を求める数値計算法の開発
- (2) 求められたサドル解に基づく秩序構造及び大規模乱流構造の動力学的特性や生成機構の解明
- (3) サドル解を安定化する手法の構築
- (4) サドル解の安定化による乱流制御の実現の4点を研究の主眼とする。

## 3. 研究の方法

- (1) サドル解の数値計算

種々の乱流中のサドル解(不安定周期解や

不安定定常進行波解)を求めるための数値計算法を開発した。サドル解(不安定解)は単なる時間積分によって得ることが不可能なので、不安定でも解を求められ、高レイノルズ数での大自由度系にも適用可能な数値計算法を開発した。

本研究グループが開発した平面クエット乱流及び等方乱流中のサドル解を数値的に求める計算手法を拡張して、レイリー・クエット乱流(熱対流剪断系)、矩形ダクト乱流などの乱流中のサドル解を得る数値計算法を開発し計算プログラムを作成した。本研究の計算法では、ニュートン法によってサドル解をポアンカレ写像の不動点(1周期解)あるいは周期点( $N$ 周期解,  $N>1$ )として求める。ポアンカレ写像に対するヤコビ行列(線形化写像)の数値計算には直接数値シミュレーションと有限差分を用い、ニュートン・ラフソン反復あるいはニュートン・クリロフ反復によってサドル解を求めた。

- (2) 直接数値シミュレーション

クエット乱流、ポアズイコ乱流、レイリー・クエット乱流、矩形ダクト乱流、等方乱流の直接数値シミュレーションを実施し、各乱流場の構造や統計に関するデータを取得した。

- (3) サドル解の安定化

上述の数値計算法で求められた静穏サドル解及び活発サドル解を安定化する手法を構築し、数値実験においてサドル解の安定化を実施した。サドル解の安定化においては、まず、求められたサドル解の線形安定性を調べた。サドル解に対応するポアンカレ写像の不動点(あるいは周期点)上でヤコビ行列を計算し、ヤコビ行列の固有値(サドル解のフロケ乗数)及び固有ベクトル(線形安定、不安定多様体)を求めた。次に、この安定性解析の結果とカオス制御理論に基づいて、サドル解の安定化法を開発した。カオス制御において近年急速に利用が広がっている pinning 制御を用いてサドル解を安定化した。pinning 制御では、空間的に局在した比較的少数の点において安定化の目標であるサドル解と制御対象の流れとの速度差に比例した制御入力を印加した。

- (4) レイリー・クエット系の実験

本研究で対象とする多種の乱流において、乱流運動量・熱輸送を伴う最も基本的な流れであるレイリー・クエット系を取り上げ実験を行った。この系では、温度差を有する水平2平板の一方が水平方向に一定速度で運動することにより、浮力により生じる大規模スケールの流動を用いて壁乱流の大規模乱流構造を制御した。本科研費により導入した粒子画像流速計を用いて、瞬時の速度場の構造の計測を行った。また、現有の熱電対を用いて温度測定を行った。

#### 4. 研究成果

##### (1) サドル解の数値計算

###### クエット流のサドル解

平面クエット系に対してニュートン・クリロフ法によるサドル解の数値計算を実施し、従来よりも高分解能の数値解を求めた。さらに、これまでに求められていなかった新規の周期解をいくつか求めることに成功した。

特に、乱流アトラクターと層流アトラクターの吸引領域境界に存在する静穏周期解を再計算し、その線形安定性を解析した。解析により得られた不安定固有空間を非線形域にまで延長し、その二次元不安定多様体を同定した。

###### レイリー・クエット流のサドル解

等温の平面クエット流において既に求められている乱流状態をうまく再現する不安定周期解をレイリー・クエット系にまで延長した。数値計算にはニュートン・ラフソン法を用いた。レイリー・クエット系におけるこの周期解を、剪断を減少させながら計算し、剪断が存在しないレイリー・ベナル系における不安定周期解を求めることに成功した。

###### 正方形ダクト流のサドル解

ニュートン・ラフソン法及びニュートン・クリロフ法による数値計算によって、正方形ダクト流における定常進行波解を求めることに成功した。この周期解は、層流ダクト流に、流れ方向に一樣な縦渦を発生させる外力を人工的に印加し、縦渦運動から生じる低速ストリークの不安定性に起因して生まれる三次元の定常進行波解を、外力を小さくしながら追跡することで得られた。

###### 等方乱流のサドル解

ニュートン・クリロフ法を用いることで、従来既に求められていた、等方乱流のエネルギースペクトルを再現する木田の高対称流における不安定周期解を空間分解能で高め、高レイノルズ数域にまで解を延長した。

##### (2) サドル解に基づく乱流構造の解明

###### クエット流

計算された静穏周期解の安定多様体は乱流と層流の吸引領域境界となるため、臨界をわずかに超えた流れの状態は過渡的に静穏周期解に接近する。したがって、接近後の流れの時間発展は周期解の不安定多様体により、初期条件に依存することなく記述される。そこで、求められた不安定多様体を用いて、平面クエット流の亜臨界乱流遷移に見られる流れの動力学的な性質を明らかにした。

###### レイリー・クエット流

計算されたサドル解によって、レイリー・クエット乱流における秩序構造の自己再生機構を再現した。

また、温度差を加えることによって安定化されたサドル解を実験によって実現し、その速度場を粒子画像流速計によって測定した。

計測された空間構造が数値計算により求められたサドル解の空間構造と類似していることを明らかにした。

###### 正方形ダクト流

直接数値シミュレーションにより、臨界レイノルズ数付近における正方形ダクト乱流の時空間構造を明らかにした。低レイノルズ数においては、比較的静穏な乱流状態が現れ、その状態は、4壁面のうち対向する2壁面上にのみ低速ストリークと縦渦が存在することを明らかにした。この静穏な乱流状態は、乱流の特性時間よりも十分に長い時間持続し、その後4壁面上全てに秩序構造が存在する比較的短時間の活発な乱流状態を経た後、再び静穏な乱流状態へと移行する。これらの状態の推移を含む極めて長時間にわたる平均を施すと、その平均速度場は従来よりよく知られた8つの二次流れ渦を伴うプラントルの第二種二次流れを再現することを明らかにした。

また、上よりも高いレイノルズ数における正方形ダクトの直接数値シミュレーションを実施し、縦渦の断面寸法とダクト幅に大きなスケールの相違が現れない比較的低レイノルズ数の乱流においては、4壁面上に存在する、側壁の拘束を受ける縦渦が、直接その平均として8つの乱流二次流れ渦を生成することを明らかにした。

さらに、上で求めた正方形ダクト流における定常進行波解の空間構造を調べたところ、進行波解の空間構造が、ダクトの4壁面上全てに存在する低速ストリークと縦渦により特徴づけられることが明らかとなった。これらの構造は、ダクト乱流中に現れる秩序構造と極めてよく一致する。さらに、定常進行波解の速度場の流れ方向平均を行ったところ、得られた平均速度場が、プラントルの第二種二次流れと酷似した8つ渦を有する二次流れパターンを表すことが明らかとなった。この結果から、正方形ダクト乱流の二次流れが秩序構造によって生成されるという直接数値シミュレーションによって得られた結果が理論的にも支持されることが判明した。

###### 等方乱流

木田の高対称流における不安定周期解の時間発展を調べ、乱流中の渦構造の動力学と異なるスケール間でのエネルギー伝達との関連について調べた。高対称流では、エネルギー注入がなされる大規模スケールにおいて一対の渦層構造が生成され、その渦層の不安定によって一対の管状が形成される。形成された渦管対は、高対称性の下で12対をなし、この計24本の管状渦の集団が相互誘導の結果、自己相似的に収縮する。この収縮過程において大きなスケールから小さなスケールへのエネルギー伝達がなされることを明らかにした。

### (3) サドル解の安定化による乱流制御 クエット乱流の制御

pinning 制御を用いて、壁面付近にのみ局在した制御外力を印加することで、平面クエット流の静穏周期解を安定化させることができ、一旦安定化が実現すると、制御のためのエネルギー注入は極めて少なく済むことを明らかにした。また、サドル解の空間周期より大きな攪乱が混入する大スケールの乱流場においても静穏周期解を安定化させることが可能であることを明らかにした。

#### レイリー・クエット乱流の制御

レイリー・ベナール流におけるサドル解を求め、その伝熱特性を調べたところ、乱流状態よりも高い伝熱特性を示すことが明らかとなり、熱対流系制御の新たな目標状態となることが判明した。

レイリー・クエット乱流においては、弱い浮力の作用により大規模乱流構造が、レイノルズ数や主流の駆動様式に応じて異なる影響を受けることが明らかとなった。平面クエット系では、低レイノルズ数において、大規模構造と壁近傍での秩序構造とにスケールの分離はなく、浮力の影響で生じる大規模な乱れにより、大規模構造と秩序構造のいずれもが大きな影響を受ける。その結果、不安定温度成層下では壁近傍の乱れが促進され、安定温度成層下では乱れが抑制されることがわかった。一方、高レイノルズ数においては、不安定成層（あるいは安定成層）下で大規模乱流構造のみが浮力の影響を受け、流れ方向の乱れだけが浮力による循環流の作用により増加（あるいは減少）し、その他の乱れ成分にはほとんど影響がないことがわかった。さらに、圧力勾配で主流が駆動されるポアズイコ乱流に対する浮力の影響に関しては、クエット乱流とは異なり、比較的高レイノルズ数においても不安定成層下で乱れ速度三成分全てが増加することがわかった。以上のように、弱い浮力の作用する高レイノルズ数クエット乱流において、不安定成層（あるいは安定成層）下で流れ方向速度の乱れのみが選択的に増加（減少）することは、浮力による大規模乱流構造の制御の可能性を示唆する点で注目に値する。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

#### [雑誌論文](計5件)

A. Pinelli, M. Uhlmann, A. Sekimoto, G. Kawahara, Reynolds number dependence of mean flow structure in square duct turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, 査読有, Vol. 644, 2010, 107-122

G. Kawahara, Theoretical interpretation of coherent structures in near-wall turbulence, *Fluid Dynamics Research*, 査読有, Vol. 41, 2009, 064001

河原源太, 流体方程式系における不安定周期解の数値計算, *数学*, 査読有, 61巻, 2009年, 306-316

M. Uhlmann, A. Pinelli, G. Kawahara, A. Sekimoto, Coherent structures in marginally turbulent square duct flow, *Proceedings of IUTAM Symposium on Computational Physics and New Perspectives in Turbulence*, 査読有, 2008, 137-142

M. Uhlmann, A. Pinelli, G. Kawahara, A. Sekimoto, Marginally turbulent flow in a square duct, *Journal of Fluid Mechanics*, 査読有, Vol. 588, 2007, 153-162.

#### [学会発表](計17件)

河原源太, 関本敦, 関山和英, M. Uhlmann, A. Pinelli, 水平正方形ダクトにおける乱流・浮力駆動二次流れ, 京都大学数理解析研究所研究集会, 2010年1月15日, 京都

関本敦, 河原源太, M. Uhlmann, A. Pinelli, 正方形ダクト乱流におけるパフ構造, 日本機械学会第87期流体工学部門講演会, 2009年11月7日, 名古屋

A. Sekimoto, K. Sekiyama, G. Kawahara, M. Uhlmann, A. Pinelli, Buoyancy effects on low-Reynolds-number turbulent flow in a horizontal square duct, *Sixth International Symposium On Turbulence, Heat and Mass Transfer*, 2009年9月16日, イタリア

A. Sekimoto, M. Uhlmann, A. Pinelli, G. Kawahara, The effect of coherent structures on the secondary flow in a square duct, *12th European Turbulence Conference*, 2009年9月9日, ドイツ

M. Uhlmann, G. Kawahara, A. Pinelli, Travelling waves in a straight square duct, *12th European Turbulence Conference*, 2009年9月7日, ドイツ

松村篤, 河原源太, L. van Veen, 平面クエット系における層流-乱流吸引域境界上の周期解の不安定多様体, 日本流体力学会年会 2009, 2009年9月4日, 東京

関本敦, 関山和英, 河原源太, M. Uhlmann, A. Pinelli, 低レイノルズ数における加熱水平正方形ダクトの二次流れと乱流構造, 日本流体力学会年会 2009, 2009年9月2日, 東京

河原源太, 乱流現象への力学系的アプローチ, 京都大学数理解析研究所研究集会, 2009年7月11日, 京都

G. Kawahara, Dynamical description of transition and turbulence in terms of

unstable periodic orbits, RIMS (Research Institute for Mathematical Sciences) Workshop, 2009年7月11日, 神戸

河原源太, 植田泰彦, 木田重雄, L. van Veen, 高対称性を有する不安定周期運動におけるエネルギー伝達, 第58回理論応用力学講演会, 2009年6月11日, 東京

G. Kawahara, The role of coherent structures in low-Reynolds-number turbulent wall flows, Wall Bounded Shear Flows: Transition and Turbulence, 2008年9月11日, 英国

G. Kawahara, Coherent structures in near-wall turbulence, 日本流体力学会40周年講演会, 2008年9月5日, 神戸  
関山和英, 関本敦, 若林弘輝, 河原源太, M. Uhlmann, A. Pinelli, 低レイノルズ数水平正方形ダクト乱流への浮力の影響, 日本流体力学会年会2008, 2008年9月4日, 神戸  
松村篤, 河原源太, 乱流中の不安定周期軌道の数値計算, 第58回理論応用力学講演会, 2008年6月12日, 東京

関本敦, 河原源太, M. Uhlmann, A. Pinelli, 低レイノルズ数正方形ダクト乱流における渦構造, 第85期日本機械学会流体工学部門講演会, 2007年11月18日, 広島

G. Kawahara, Approach by unstable periodic orbits to the problem of turbulence, 2007 SIAM Conference on Applications of Dynamical Systems, 2007年5月28日, アメリカ合衆国

A. Sekimoto, G. Kawahara, M. Uhlmann, A. Pinelli, Coherent structures in marginally turbulent square duct flow, The 6th Pacific Symposium on Flow Visualization and Image Processing, 2007年5月18日, アメリカ合衆国

〔その他〕

ホームページ等

<http://www-thermomech.me.es.osaka-u.ac.jp/index.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

河原 源太 (KAWAHARA GENTA)

大阪大学・大学院基礎工学研究科・教授  
研究者番号：50214672

### (2) 研究分担者

木田 重雄 (KIDA SHIGEO)

京都大学・大学院工学研究科・教授  
研究者番号：70093234

(H20 H21: 連携研究者)

西岡通男 (NISHIOKA MICHIO)

大阪府立大学・大学院工学研究科・名誉教授

研究者番号：60081444

(H20 H21: 連携研究者)

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号：

### (4) 研究協力者

J. Jimenez

マドリード工科大学・航空学部・教授

A. Pinelli

スペインエネルギー環境中央研究所・主任  
研究員

M. Uhlmann

カールスルーエ工科大学・流体力学研究所・教授

L. van Veen

オンタリオ工科大学・理学部・助教授