

平成22年 5月25日現在

研究種目：基盤研究（B）
 研究期間：2007～2009
 課題番号：19360192
 研究課題名（和文） 平方和最適化を基軸とした制御系設計論の開拓と関連他分野への応用
 研究課題名（英文） Development of control system design methods using sum-of-squares optimization and their applications to related fields
 研究代表者
 延山 英沢（NOBUYAMA EITAKU）
 九州工業大学・大学院情報工学研究院・教授
 研究者番号：50205291

研究成果の概要（和文）：本研究では、平方和最適化という新しい最適化手法を活用した制御系設計法の開拓を目的とし、従来の線形制御系設計の方法では扱うのが難しかったあるいはできなかった種々の制御系設計問題が平方和最適化問題として（直接的あるいは近似的に）表現できることを示すことにより、平方和最適化を用いた新たな制御系設計法の開発を行った。また、数値シミュレーションにより開発した制御系設計法の有効性を確認した。

研究成果の概要（英文）： To develop new control system design methods using the sum-of-squares optimization we showed that many control problems which cannot be dealt with by usual linear control design methods can directly or approximately be reduced to sum-of-squares optimization problems which can be solved numerically. Moreover, we showed the efficiency of the developed methods by numerical simulations.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	5,100,000	1,530,000	6,630,000
2008年度	3,700,000	1,110,000	4,810,000
2009年度	2,500,000	750,000	3,250,000
年度			
年度			
総計	11,300,000	3,390,000	14,690,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：電気電子工学・制御工学

キーワード：制御理論、制御系設計、平方和最適化、システム同定、双線形システム、状態依存リッカチ不等式

1. 研究開始当初の背景

制御系設計法は、従来から数学的理論を基盤として発展してきたと同時に、計算機の進歩に伴う数値的最適化の進展とも歩調を合わせて発展してきた。特に近年では、数

値的最適化法の進歩に牽引されて制御系設計が進展する場面が見られている。その代表例が、行列線形不等式最適化法あるいは半正定値計画法の登場により制御系設計法開発への取り組み方がそれまでと大きく変化し

たことである。これらにより、ツールとしての最適化法の発展が、新たな制御系設計論を呼び起こす可能性を持っていることが広く認識されるようになって来ていた。

その頃、平方和最適化という新しい最適化の手法が発展して来ていた。この手法は、一般には解くことが困難な多項式計画問題に対して、緩和法を用いて半正定値計画問題に帰着し近似解を求めるといった手法であり、これまでの方法では扱うことができなかった制御系設計問題を広く扱うことができる可能性を持った手法であると考えられた。

2. 研究の目的

本研究の主たる目的は、上記の背景を基に、平方和最適化法を軸とした新たな制御系設計論を開拓することである。制御系設計論の開拓としては、それまでの手法では扱うことが難しかったあるいはできなかった問題に対して、平方和最適化法を用いた制御系設計法を開発することであり、具体的には次の制御系設計問題などを扱う。

(1) 多項式セクター条件を用いた制御系設計問題：入力飽和システムなど、システムの一部に非線形要素を含む制御対象のロバスト制御を考えるとときに多く出てくる問題。

(2) 状態依存リッカチ不等式に基づく制御系設計問題：リッカチ不等式にシステムの状態変数が含まれる問題で、一般的な非線形システムのロバスト制御などで多く出てくる問題である。

(3) 連続時間グレーボックスモデルの同定問題：一部の構造が既知であるシステム同定問題であり、実際には重要な問題であるが、連続時間系の場合は特に取り扱いが大変難しい問題である。

(4) パラメータを含むシステムに対する過渡応答指定のための目標値整形問題：パラメータによってシステム行列が変動するシステムに対して制御したい出力の過渡応答を指定した範囲に納めるために目標値を整形するという制御系設計問題で、実用性が高い問題である。

3. 研究の方法

本研究の主たる目的は、新しい制御系設計論の開発を理論的に行うことと数値シミュレーションによりその有効性を確認することである。そのため、研究の方法としては、研究分担者の各人が対象となる制御系設計問題などに対して理論的な検討を行い、その結果を数値シミュレーションで検証し、それを基にさらに理論的に改善して行くという方法を取る。そして、各人の成果を持ち寄って議論することにより、結果をさらに発展させていくという方法である。

4. 研究成果

本研究における主たる成果はつぎのとおりである。

(1) 多項式セクター条件を用いた制御系設計法の開発：非線形システムに対する安定化法として、二つの直線に挟まれた領域にある任意の非線形要素（線形セクター条件を満たす非線形要素）に対する安定性の条件を用いた方法が良く知られており、これまでも多くの設計法で用いられている。しかし、入力飽和システムなどの固定されている非線形要素をこの線形セクター条件で表現する場合、2直線に挟まれた領域には対象とする非線形性以外のむだな部分が多く存在し、線形セクター条件を用いた制御系設計法では大きな保守性を生む可能性が高くなってしまふ。それに対して、本研究では、そのむだな領域を少なくするために、制御対象に固定された非線形性を二つの直線で囲むのではなく、多項式曲線で囲むことを考えた。しかし、そのような多項式曲線を使う場合には、変数の多項式条件が制御系設計の際に現れて来るため、従来用いられてきた線形制御系設計法では対応することができないものであった。そこで、本研究では、特に入力飽和システムを対象とし、まずその非線形要素を3次元曲線で囲んだ領域に含めることができることを示した。そして、それを基に制御系設計を行うための変数の多項式を含む不等式条件を導き、その実行可能解を平方和最適化法を用いることにより求めることができることを示した。また、数値シミュレーションにより、新しく開発した方法の有効性を確認した。ここで開発した方法は、入力飽和システムだけでなく、多項式曲線で囲むことができる非線形要素を持ったシステムに拡張可能であり、多項式セクター条件を満たす非線形系に対する平方和最適化を用いた制御系設計法として一般化することが可能である。

(2) 状態依存リッカチ不等式問題に基づく制御系設計法の開発：非線形システムのロバスト制御問題を考えた場合、一般に、その最適制御入力ハミルトン・ヤコビ偏微分方程式を満たす正定関数を用いて表現できることが理論的に知られている。しかし、一般的な正定関数を実際に求めることが大変難しいため、通常は定数行列を用いた状態変数の二次形式の形をした正定関数を用いる。それをハミルトン・ヤコビ偏微分方程式に代入することにより、状態変数を含む行列に関する二次形式の不等式条件が得られ、さらにその二次形式不等式の十分条件として状態変数を含んだ行列の正定性の条件として表すことにより、状態依存リッカチ不等式が得られる。この状態依存リッカチ不等式は、任意の状態変数の値に対して行列の正定性を要求するものであり、無限個の制約条件を表すことと

なるため、従来の方法で実行可能解を求めることは難しかった。そのため、線形化などをして状態変数の依存性を除き、有限個の正定性条件にしてから実行可能解を求めたりするのであるが、この場合大きな保守性が残る可能性が高くなってしまふ。この保守性が生じるのは、二次形式の不等式条件を状態依存リッカチ不等式という行列の正定性の条件にするところと、それを線形化するときの二か所である。それに対し、本研究では、双線形システムという非線形システムに対し、まず、状態依存リッカチ不等式を線形化せず、そのまま状態に関する多項式行列不等式条件と見なすことにより、行列型の平方和最適化問題として定式化できることを示した。これにより、それまでは一般には求めることができなかつた状態依存リッカチ不等式の実行可能解を（近似的にはあるが）求めることができるようになった。しかし、数値シミュレーションでその有効性を確認したところ、そのままでは保守性の改善がそれほど見られなかつた。その原因は、本来は二次形式不等式条件の二次形式の両側のベクトルと状態変数は独立ではないのにも関わらず、二次形式の両側のベクトルを外して行列の正定性の条件としたところにあると考えられた。そこで、行列の正定性の条件に落とさず、二次形式不等式条件をそのまま扱う方法を検討し、等式制約条件を追加することにより、二次形式不等式条件をそのまま扱うことができることを示した。その結果、求める問題は、等式制約条件の下で二次形式不等式条件を満たす実行可能解を求めるという問題に帰着された。さらにこれにラグランジュ緩和を適用することにより、平方和最適化問題に帰着でき、数値的にその実行可能解を求めることができることを示した。そして、数値シミュレーションにより開発した設計法の有効性を確認した。本研究では双線形システムに対する方法を与えたが、開発した手法は、状態に関して多項式で表される非線形システムに対してまで拡張可能であり、多項式の形で状態依存する二次形式不等式問題に対して適用可能な方法である。

(3) 連続時間グレーボックスモデルに対する同定法の開発：一部の構造が既知であるグレーボックスモデルのシステム同定は一般的に難しい問題として知られ、通常はある非線形最適化問題に帰着し、勾配法などの繰り返し計算によって局所最適解を求めるという方法が取られている。さらに、推定したい未知パラメータが連続時間システムに含まれている場合、それを離散化したときのシステムに未知パラメータの指数関数が現れるため、連続時間グレーボックスシステムに対する同定問題は大変難しい問題となっていた。この問題に対して、本研究では平方和最適化

問題に帰着する二つの方法を開発した。一つは、一般に良く知られているブラックボックスモデルに対するシステム同定法を用いて対象の離散時間伝達関数の推定値を求め、その係数と連続時間グレーボックスモデルから計算された離散時間伝達関数との係数との差の二乗和を評価関数とする。そして、その評価関数を最小にするようにパラメータを推定するという方法である。ここでは離散化したときに生じるパラメータの指数関数を多項式近似することにより、その評価関数を最小にする問題を平方和最適化問題として扱うことができることを示した。もう一つの方法は、連続時間グレーボックスを離散化し、それを差分方程式の形として捉え、ブラックボックスモデルのシステム同定で良く用いられる予測誤差の二乗を評価関数とする方法である。この場合も、離散化したときに生じるパラメータの指数関数を多項式近似することにより、予測誤差を最小にするパラメータを求める問題が平方和最適化問題として定式化できることを示した。そして、これらの方法について、数値シミュレーションを用いてその有効性を検証した。さらに、本研究では、上記の後半の方法を、白色外乱だけでなく有色外乱にも対応できるように、ブラックボックスモデル同定で良く用いられる補助変数法の考え方を拡張した。ブラックボックスモデルの場合、導入した補助変数をそのまま理論式に代入してパラメータの推定値を求めるのに対し、本研究のグレーボックスモデルに対する方法では、重み付き最小二乗の評価関数を最小にするようなパラメータを求める問題となる。その評価関数には、推定したいパラメータの指数関数が入ってくるため、ここでも指数関数の多項式近似を行うことにより、パラメータ推定問題を平方和最適化問題として定式化し、近似的な最適解を求めることが可能となることを示した。

(4) パラメータを含むシステムに対する過渡応答指定のための目標値整形法の開発：変動するパラメータを含むシステムにおいて、その変動領域が凸領域である場合に対する制御系設計法は多くあるが、本研究では、変動領域が一般には凸領域とはならない多項式として表されるパラメータを含むシステムを対象とした目標値整形法を考えた。目標値整形とは、安定なフィードバック制御系が与えられているとして、入力や状態の制約条件を満たした上である評価関数を最小にする目標値を求める問題であり、既設の制御系に後から与える目標値をうまく設定することにより制御目的を達成させるという実用的な設計法である。多くの場合は入力や状態の制約条件を考えるのに対し、本研究では、出力の過渡応答を指定した範囲内に納めるた

めの設計法の開発を行うことを考え、最初に、パラメータ変動を含まないシステムの場合においては、半正定値計画問題を解くことにより求めたい目標値が得られることを示した。そして数値シミュレーションにより開発した方法の有効性を確認した。さらに、その設計法を多項式パラメータを含むシステムの場合へ拡張した。目標値整形では、連続時間システムである制御対象と離散時間システムで表されるコントローラからなるフィードバック系全体を離散化して離散時間システムとして表現し、サンプル時間ごとの離散的な目標値を与えることになる。そのため、連続時間システムである制御対象に含まれるパラメータはフィードバック系全体を離散化するときに指数関数に含まれることとなってしまう。そこで、他の方法と同様にここでもパラメータの指数関数を多項式で近似することとした。それにより、元の問題をパラメータの多項式を含む最適化問題と近似して扱うことができるようになり、求める問題は近似的に平方和最適化問題に帰着することができるようになった。そして、数値的にその解を求めることにより、目的となる目標値を近似的に求めることができるようになることを示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

- ① Yasushi Kami and Eitaku Nobuyama, An iterative method for the output feedback mixed H_2/H_∞ control problem, SICE Journal of Control, Measurement, and System Integration, 査読有, Vol. 2, 2009, pp. 36-42
- ② 陶山貢一, 瀬部昇, 正常時制御性能と安全性, 故障時制御性能との間のバランスを考慮した制御系設計, システム制御情報学会論文集, 査読有, 22 巻 1 号, 2009, 29-36

[学会発表] (計 23 件)

- ① 三上淳, 延山英沢, 上泰, 出力の過渡応答拘束を満たすための目標値整形, 第 28 回計測自動制御学会九州支部学術講演会, 2009 年 11 月 28 日, 福岡市
- ② 高口大樹, 延山英沢, 有色雑音を含む連続時間グレーボックスモデルの平方和最適化を用いたシステム同定, 第 53 回システム制御情報学会研究発表講演会, 2009 年 5 月 21 日, 神戸市
- ③ 三上淳, 延山英沢, 多項式セクター条件を用いた入力飽和システムの安定性の改善, 第 27 回計測自動制御学会九州支部学術講

演会, 2008 年 11 月 29 日, 那覇市

- ④ Noboru Sebe, New LMI Characterization for discrete-time descriptor systems and application to multiobjective control system synthesis, 17th IFAC World Congress, 2008 年 7 月 9 日, Seoul
- ⑤ 渡辺靖洋, 延山英沢, 伝達関数を基にした SOS 最適化によるグレーボックスモデル同定, 第 26 回計測自動制御学会九州支部学術講演会, 2007 年 12 月 1 日, 鹿児島市
- ⑥ 高口大樹, 延山英沢, SOS 最適化を用いた双線形システムに対するオブザーバの設計法, 第 26 回計測自動制御学会九州支部学術講演会, 2007 年 12 月 1 日, 鹿児島市
- ⑦ Takashi Tsuchiya, Geometric analysis of central trajectories and interior-point, International Conference on Continuous Optimization, 2007 年 8 月 16 日, ハミルトン

6. 研究組織

(1) 研究代表者

延山 英沢 (NOBUYAMA EITAKU)
九州工業大学・大学院情報工学研究院・教授
研究者番号: 50205291

(2) 研究分担者

土谷 隆 (TSUCHIYA TAKASHI)
統計数理研究所・数理・推論研究系・教授
研究者番号: 00188575
瀬部 昇 (SEBE NOBORU)
九州工業大学・大学院情報工学研究院・教授
研究者番号: 90216549
上 泰 (KAMI YASUSHI)
明石工業高等専門学校・電気情報工学科・准教授
研究者番号: 20413809