

平成 21 年 5 月 8 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2008

課題番号：19500002

研究課題名 (和文) VLSI 設計へのグラフ描画アルゴリズムの応用

研究課題名 (英文) Graph Drawing Algorithms and Applications to VLSI Designs

研究代表者

西関 隆夫 (NISHIZEKI TAKAO)

東北大学・大学院情報科学研究科・教授

研究者番号：80005545

研究成果の概要：これまでに平面グラフの埋め込みアルゴリズム，矩形描画アルゴリズム，凸描画アルゴリズム，4 連結平面グラフの直線描画アルゴリズム，直交描画アルゴリズムなど数多くの効率のよいアルゴリズムを開発してきた。これらのもとに，新しい描画形式である内部矩形描画，面積指定 8 角形描画，折れ曲り数最小な直交描画等に関する理論を確立し，効率のよいアルゴリズムを開発し，VLSI 配置・配線問題への応用を図った。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	2,500,000	750,000	3,250,000
2008 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：アルゴリズム理論，離散構造，設計自動化，グラフ描画，VLSI 設計

1. 研究開始当初の背景

インターネット，VLSI 設計，ソフトウェア・ビジュアライゼーション等いろいろな分野で，点とそれらを結ぶ辺からなるグラフを描画する問題が現れる。そのため様々な評価基準の下で最適にグラフを描画するアルゴリズムが開発されている。それらの詳細は研究代表者の著書“Planar Graph Drawing” (World Scientific 社，2004 年)を参照されたい。このようなグラフ描画の研究は日本および海外できわめて活発に行なわれており，国際会議 Graph Drawing が毎年 1 回開催され

ており，毎回約 100 名が参加して論文発表や討論が行なわれている。今後は，新しい描画形式である内部矩形描画，面積指定 8 角形描画，折れ曲り数最小な直交描画等に関する理論を確立し，効率のよいアルゴリズムを開発し，VLSI 配置・配線問題への応用をはかる。

2. 研究の目的

インターネット，VLSI 設計，ソフトウェア・ビジュアライゼーション等いろいろな分野で，点とそれらを結ぶ辺からなるグラフを描

画する問題が現れる．そのため様々な評価基準の下で最適にグラフを描画する**アルゴリズム**が研究開発されている．今後は，応用に適した新しい描画形式の提案，それらの効率的アルゴリズムの開発，具体的応用への展開が望まれている．本研究では VLSI 物理設計の中でもその主要な部分である配置問題と配線問題に的を絞り，それらに適したグラフ描画形式を提案し，効率のよい描画アルゴリズムを開発し，配置・配線問題への展開をはかる．VLSI の配置問題では数千個ものモジュールを VLSI チップ上にうまく配置して，配線で結ばれるモジュールは互いに隣接させ，しかも VLSI チップの面積を最小にしたい．また，VLSI の配線問題では配線長の合計やビアの個数を最小にしたい．

3. 研究の方法

(1) 配線で結ばれるモジュールが互いに隣接するような配置を求めるために，次の“内部矩形描画”という新しい描画形式を提案する．平面グラフの外側も含めて全ての面を矩形（長方形）で描画することを矩形描画という．Thomassen は平面グラフの矩形描画が存在するための必要十分条件を与えているが，それは点に接続している辺の最大本数，即ち最大次数 Δ が 3 以下の平面グラフに限定されていた．本研究では，矩形描画を一般化して，内面は全て矩形であるが，外面は矩形であるとは限らず，L 字形や T 字形のような軸平行多角形であればよい“内部矩形描画”という新しい描画形式を提案する．更に， $\Delta \leq 3$ とは限らない．一般の場合に内部矩形描画が存在するための必要十分条件を与える．この結果は 30 年来の未解決問題を解決することになる．また内部矩形描画を効率よく求めるアルゴリズムも開発する．モジュールを点で表し，モジュール間の隣接要求を辺で表して得られるグラフは隣接グラフと呼ばれる．この隣接グラフのある種の双対グラフを求め，その内部矩形描画を求めれば，モジュール間の隣接要求を満足する配置が得られることを示す．

(2) 各モジュールには必要な面積があらかじめ指定されており，モジュール間の隣接要求ばかりでなく，モジュールの面積要求をも満足する配置を求める必要がある．本研究では，

グラフの各内面があらかじめ指定された面積を持つ軸平行 8 角形になるような“面積指定 8 角形描画”という新しい描画形式を提案する．更に，長方形から水平スライスと垂直スライスを繰り返して得られる，いわゆる“スライスグラフ”は面積指定 8 角形描画できることを示すと同時に，それを求める線形時間アルゴリズムを開発する．このアルゴリズムにより，モジュール間の隣接要求ばかりでなく面積要求も満足する配置が求まる．

(3) いわゆる二層配線では垂直配線に用いる垂直層と水平配線に用いる水平層を利用する．各配線は，垂直線分と水平線分からなる折れ線分（直交線分）で実現される．垂直線分と水平線分の交点，即ち折れ曲りは，ビア（あるいはスルーホール）に対応しており，コストや信頼性の観点からして，折れ曲り最小な配線を求めることが望まれている．この折れ曲り最小配線問題は一般の平面に埋め込めるグラフに対して NP 完全であり，効率のよいアルゴリズムはありそうにない．本研究では，ビア数最小な配線問題を，折れ曲り最小直交描画として定式化するとともに，最大次数 Δ が 3 以下の直並列グラフに対しては折れ曲り最小な直交描画が線形時間で求まることを示す．

4. 研究成果

VLSI 配置・配線問題に対する従来のほとんどの手法はヒューリスティックであり，解が存在するにもかかわらず解を見つけられなかったり，解を見つけても最適解とは限らない．これに対し，本研究ではグラフ描画の分野で培われてきた手法を応用して，解が存在する限り必ず解を見つけ，しかも最適な解を見つけることが理論的に保障されたアルゴリズムを与えた．

面積指定 8 角形描画というまったく新しい描画形式を導入することにより，モジュール間の隣接要求ばかりでなく各モジュールの面積要求も正確に満足する配置が求まることを示した．

最大次数が 3 以下の直並列グラフに対し，折れ曲り最小な直交描画を求めるアルゴリズムを開発した．与えられた直並列グラフの平面への埋め込みを固定しておらず，全ての埋め込みの中で折れ曲り数が最小なものを

求めることができるところに特徴があり、実用的利点にもなっている。

また、内部三角化平面グラフの格子直線描画で、各辺を対角線とする長方形の内部に点がないような描画を見つめる効率のよいアルゴリズムの開発に成功した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

- ① Md. S. Rahman, K. Miura and T. Nishizeki, “Octagonal drawings of plane graphs with prescribed face areas,” *Computational Geometry: Theory and Applications*, 42, pp.214–230, 2009, 査読有.
- ② X. Zhou and T. Nishizeki, “Orthogonal drawings of series-parallel graphs with minimum bends,” *SIAM J. Discrete Math.*, Vol. 22, No. 4, pp.1570–1604, 2008, 査読有.
- ③ T. Ito, E.D. Demaine, X. Zhou and T. Nishizeki, “Approximability of partitioning graphs with supply and demand,” *Journal of Discrete Algorithms*, Vol. 6, pp.627–650, 2008, 査読有.
- ④ K. Miura, A. Kamada and T. Nishizeki, “Convex grid drawings of plane graphs with rectangular contours,” *Journal of Graph Algorithms and Applications*, Vol. 12, No. 2, pp.197–224, 2008, 査読有.
- ⑤ Y. Asano, Y. Tezuka and T. Nishizeki, “Improvements of HITS algorithms for spam links,” *IEICE Trans. INF. & SYST.*, Vol. E-91-D, No. 2, pp.200–208, 2008, 査読有.
- ⑥ K. Koizumi, T. Mizuki and T. Nishizeki, “A revised transformation protocol for unconditionally secure secret key exchange,” *Theory Comput. Syst.*, 42, pp.187–221, 2008, 査読有.
- ⑦ S. Isobe, X. Zhou and T. Nishizeki, “Total colorings of degenerate graphs,” *Combinatorica*, Vol. 27, No. 2, pp.167–182, 2007, 査読有.
- ⑧ Y. Matsuo, X. Zhou and T. Nishizeki, “Sufficient condition and algorithm for

list total colorings of series-parallel graphs,” *IEICE Trans. Fundamentals*, Vol. E90-A, No. 5, pp.907–916, 2007, 査読有.

⑨ T. Ito, A. Kato, X. Zhou and T. Nishizeki, “Algorithms for finding distance-edge-colorings of graphs,” *Journal of Discrete Algorithms*, Vol. 5, No. 2, pp.304–322, 2007, 査読有.

[学会発表] (計 5 件)

- ① T. Ito, T. Uno, X. Zhou and T. Nishizeki, “Partitioning a weighted tree to subtrees of almost uniform size,” *Proc. of ISAAC 2008, Lect. Notes in Comp. Sci.*, Springer-verlag, 5369, pp.196–207, 2008, 査読有.
- ② Y. Asano, Y. Miyawaki and T. Nishizeki, “Efficient compression of web graphs,” *Proc. of COCOON 2008, Lect. Notes in Comp. Sci.*, Springer-verlag, 5092, pp.1–11, 2008, 査読有.
- ③ Y. Asano, Y. Tezuka and T. Nishizeki, “Improvements of HITS algorithms for spam links,” *Proc. of APWeb/Waim 2007, Lect. Notes in Comp. Sci.*, Springer-verlag, 4505, pp.479–490, 2007, 査読有.
- ④ X. Zhou and T. Nishizeki, “Orthogonal drawings of series-parallel graphs with minimum bends,” *Proc. of WALCOM 2007*, pp.3–12, 2007, 査読有.
- ⑤ T. Nishizeki, “Inner rectangular drawings of plane graphs: application of graph drawing to VLSI layout,” *Proc. of WALCOM 2007*, pp.1–2, 2007, 査読有.

[図書] (計 1 件)

T. Nishizeki and N. Chiba, *Planar Graphs: Theory and Algorithms*, Dover Publications, 240 pages, 2008.

[その他]

ホームページ等

<http://www.nishizeki.ecei.tohoku.ac.jp/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

西関 隆夫 (NISHIZEKI TAKAO)
東北大学・大学院情報科学研究科・教授
研究者番号：80005545

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

周 曉 (XIAO ZHOU)
東北大学・大学院情報科学研究科・准教授
研究者番号：10272022

伊藤 健洋 (ITO TAKEHIRO)
東北大学・大学院情報科学研究科・助教
研究者番号：40431548

内沢 啓 (UCHIZAWA KEI)
東北大学・大学院情報科学研究科・助教
研究者番号：90510248