

平成23年6月13日現在

研究種目：基盤研究（C）  
研究期間：2007～2009  
課題番号：19500233  
研究課題名（和文）グラフ理論・組合せ可換代数を用いたグラフィカルモデルの統計的推測に関する研究  
研究課題名（英文）Research on statistical inference of the graphical model by using graph theoretical and combinatorial commutative algebraic techniques  
研究代表者  
原 尚幸 (HISAYUKI HARA)  
東京大学・大学院工学系研究科・助教  
研究者番号：40312988

研究成果の概要（和文）：本研究はグラフィカルモデルの統計的推測問題における、マルコフ基底を用いた正確検定アルゴリズムの開発、大規模モデルの推測アルゴリズムの開発、パラメータのベイズ推定という3つの問題に焦点を当てて行った。その結果多くの実用的モデルにおけるマルコフ基底の導出・構造解析、ガウスグラフィカルモデルの共分散行列の最尤推定量計算のコーダグラフ拡張を用いた局所化アルゴリズムの開発、ポアソングラフィカルモデルのパラメータのベイズ推定量の提案を行うとともに、提案手法の実用性を数値実験を用いて確認した。

研究成果の概要（英文）：This project focuses mainly on the following problems in the inference of the graphical model, (i) conditional exact tests of goodness-of-fit of the model with Markov bases (ii) localization of the algorithms of the inference (iii) Bayes estimation of parameters. We obtained the following results. (i) In many practical toric models we give explicit forms of Markov bases and proposed algorithms of conditional exact tests by using them. (ii) We proposed a localized algorithm of the iterative proportional scaling for computing the maximum likelihood estimator of a covariance matrix in Gauss graphical models. (iii) We proposed some Bayes admissible estimators of cell probabilities for Poisson decomposable graphical models.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
2009年度	1,200,000	360,000	1,560,000
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・統計科学

キーワード：多変量解析、計算代数統計学、分割表、グラフィカルモデル、縮小推定、ベイズ推定

## 科学研究費補助金研究成果報告書

## 1. 研究開始当初の背景

(1) マルコフ基底は代数的なアルゴリズムによる計算法は知られていた。しかし NP hard のアルゴリズムのため、小さい限られたモデル以外では実用時間内での計算が不可能で、また理論的な構造解析も一般には容易でないことが知られていた。

(2) 離散グラフィカルモデルでは、セル確率の最尤推定量の計算の比例反復法の局所計算アルゴリズムが知られていたが、連続変数のガウスグラフィカルモデルへの一般化は考えられてこなかった。

(3) 通常の縮小推定・ベイズ推定はグラフィカルモデルの文脈では飽和モデルにおける議論と行うことができるが、その一般のグラフィカルモデルへの一般化は考えられてこなかった。

## 2. 研究の目的

(1) いくつかの実用的なトリークモデルのマルコフ基底を明示的に与え、それを用いた正確検定アルゴリズムの導出を行う。

(2) 離散グラフィカルモデルにおける局所計算アルゴリズムの、連続のガウスグラフィカルモデルへの拡張を行う。

(3) ポアソン分解可能モデルのパラメータの推定に関し、最尤推定量を二乗誤差の意味で優越するベイズ推定量の導出を行う。

## 3. 研究の方法

(1) Takemura and Aoki(2005)で提案された、ノルム減少法を用いる組み合わせ論的なアプローチで、マルコフ基底の導出を目指した。また、マルコフ基底の導出が困難なモデルの場合には、所与のデータが属するファイバーを連結に結ぶのに十分な、マルコフ基底の部分集合の導出を試みた。

(2) 離散グラフィカルモデルの MLE 計算の比例反復法における Badsburg and Malvestuto(2002)のコーダルグラフ拡張(chordal extension)を用いた情報伝搬アルゴリズムを、ガウスグラフィカルモデルへの拡張を試みた。

(3) Clevenston and Zidek(1975)の通常のポアソン平均のベイズ推定の議論をポアソン分解可能モデルへと拡張し、最尤推定量を一樣に優越するベイズ推定量の導出を試みた。

## 4. 研究成果

(1) Subtable sum model、common diagonal effect model、分解可能モデルなど、いくつかの実用的な統計モデルにおいて、マルコフ基底を明示的に与え、それらを用いた正確検定アルゴリズムを導出した。また離散ロジスティック回帰モデルの場合は、マルコフ基底の構造が複雑で、一般には導出が困難であることが知られているが、各説明変数の組に対する試行回数が正であるという現実的な制約を満たすファイバー要素のみを連結に結ぶには、単純な構造のマルコフ基底の部分集合だけで十分であることを示し、それらを用いた正確検定アルゴリズムの導出も行った。

(2) ガウスグラフィカルモデルの共分散行列の最尤推定量計算の比例反復法のアルゴリズムを、コーダルグラフ拡張を用いることにより局所化し、従来アルゴリズムより計算量の意味で優れたアルゴリズムの導出に成功し、計算機実験により実用性を確認した。

(3) ポアソン分解可能モデルのセル確率の推定問題に関し、最尤推定量を二乗誤差の意味で優越するベイズ推定量を導出した。またいくつかの提案型推定量に関しては、許容的であることも証明した。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 16 件)

- ① Hisayuki Hara, Satoshi Aoki and Akimichi Takemura. Minimal and minimal invariant Markov bases of decomposable models for contingency tables. *Bounoulli*. 査読有, Vol. 16, 208-233.
- ② Hisayuki Hara, Akimichi Takemura and Ruriko Yoshida. On connectivity of fibers with positive marginals in multiple logistic regression. *Journal of Multivariate Analysis*. 査読有, Vol. 101, 909-925.
- ③ Hisayuki Hara and Akimichi Takemura. Bayes admissible estimation of the means in Poisson decomposable graphical models. 査読有, Vol. 139, 1297-1319.

[学会発表] (計 22 件)

- ① Hisayuki Hara and Akimichi Takemura. Markov bases for two-way subtable sum problem. 7<sup>th</sup> World Congress in

Probability and Statistics. July, 2008. National University of Singapore, Singapore.

- ② Hisayuki Hara, Tomonari Sei and Akimichi Takemura. Hierarchical Subspace model for contingency tables. 2010 IMS Annual Meeting. July 2010. Chalmers University of Technology. Gothenburg, Sweden.

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

出願年月日:

国内外の別:

○取得状況 (計0件)

名称:

発明者:

権利者:

種類:

番号:

取得年月日:

国内外の別:

[その他]

ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

原 尚幸 (HARA HISAYUKI)

東京大学・大学院工学系研究科・助教

研究者番号:

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号:

### (3) 連携研究者

竹村彰通 (TAKEMURA AKIMICHI)

東京大学・大学院情報理工学系研究科・教授

研究者番号: 10171670

土谷 隆 (TAKASHI TSUCHIYA)

政策研究大学院大学・政策研究科・教授

研究者番号: 00188575