

平成22年 3月 31日 現在

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007～2009

課題番号：19500713

研究課題名(和文) 数学的な原理の理解と活用を意図した算数科授業の実証的研究

研究課題名(英文) Empirical study on arithmetic department class that intends understanding and use of mathematical principle.

研究代表者

中野 博之 (NAKANO HIROSHI)

弘前大学・教育学部・准教授

研究者番号：30400120

研究成果の概要(和文)：本研究の目的は、数学的な原理が問題解決活動に果たす役割について考え、そのことを通して算数科の授業改善への具体的な方策を提言することにある。研究の結果、「子どもが一人で問題を解く→子ども同士がお互いの考えについて話し合う→授業の感想を書く」という流れをもつ問題解決型の授業が活用する力を育てることに適していること、そして、学習内容の前提条件となり解決や説明のための根拠となる数学的な原理（有用な知識）を授業前の教材研究で教師が明らかにする必要があることが明らかになった。さらに、具体的な授業の改善点として「既習の学習内容との共通点を明確にする」「集団検討では『わからない』を大切にし、既習の学習内容を根拠にして子どもに説明をさせる」「次時の自力解決に生かせる省察を子どもにさせる」といったことも明らかになった。

研究の成果の概要(英文)：The purpose of the present study is to think about the role that a mathematical principle plays a problem solving activity, and to propose a concrete strategy to the class improvement of the arithmetic department through that. As a result of the research, the following were clarified. “Children solve the problem respectively alone. → Children talk about an idea each other. →Children write the reflection of the class.”, the ability that the class with this process uses is fostered. The teacher should clarify a mathematical principle (useful knowledge) before it teaches it. And as a concrete improvement to the class, the teacher clarifies the common feature with past study, the opinion 'Do not understand' is valued when the child talks about an idea each other, and children are made to explain a past content of study grounds. The teacher has children do the reflection that can be made the best use of when the problem is solved alone in the following study.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2008年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：数学教育

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学・科学教育

キーワード：算数科授業，授業改善，授業研究

1. 研究開始当初の背景

数学的な原理とは、様々な算数の学習内容の根底にある共通した性質であり、個々の学習内容を関連付けるものである。原理によって関連づけられた学習内容は、記憶に残りやすく、より応用範囲の広い有用な知識となる。そして、数学的な原理を見抜くことこそが数学的な考え方の基盤であり、問題解決への重要な手がかりとなる(例えば、乗除の場面に共通している原理は比例関係であり、この比例関係を問題場面から見抜くことが問題の解決につながる。さらに、割合や速さといった様々な乗除の場面が比例によって統合されより応用範囲の広い知識となる)。

このように有用な数学的な原理ではあるが、各学習内容に共通する性質であるが故に抽象度が高く、子ども、のみならず、小学校の教師にとっても理解が困難なものでもある。したがって、小学校の教師に敬遠され、多くの算数の授業では、数学的な原理の理解無しに知識や技能の習得が目指され、結果的に応用範囲が狭く忘れやすい知識技能を子どもが身に付けさせられている実態がある。平成15年度の教育課程実施状況調査の算数科の調査結果で「計算技能の向上」が見られたにもかかわらず「改善すべき点」として「数

量や計算の意味理解」「数学的な考え方の育成」という点が挙げられていることは、上記の実態を顕著に表している。

2. 研究の目的

本研究の目的は、数学的な原理が問題解決活動に果たす役割について考え、そのことを通して算数科の授業改善への具体的な方策を提言することにある。研究代表者は、1997年に杉山吉茂編著の「公理的方法の考えに基づく算数授業の展開」(1997 東洋館出版社)の著作に関わり、数学的な原理の理解と活用に基づいた分数の乗除の授業実践を行った。さらに、2002年「わり算の意味指導についての一考察」(学芸大数学教育研究), 2002年「命数法と十進位取り記数法のよさを活用した授業展開」(日本数学教育学会誌算数教育), 2005年「問題解決型の授業における子どもの思考過程の様相—1年『繰り下がりのあるひき算』に焦点をあてて—」(日本数学教育学会誌算数教育)において、数学的な原理の有用性を授業実践に基づいて明らかにしてきた。具体的には、比例の構造を見抜くことが乗除の演算決定についての正しい判断に導くこと、十進位取り記数法の基では10について着目することが大きな数や繰り下がり

のあるひき算についての問題解決に役立つことを子どもの反応例を基に示した。そして、個人による解決から学級全体による話し合いへ進む授業過程が、数学的な原理の有用性を子どもに顕在化できることも明らかにしてきた。さらに、2003年「分数のたし算・ひき算(5年)ー基礎・基本を確実に定着させる指導の工夫ー」(新しい算数研究 No. 389 新算数教育研究会編)においては、分数のとらえ方を数の原理に基づいて統一して考えていくことの有効性も明らかにしてきた。本研究は、こうした、研究代表者の研究成果を基に、数学的な原理の理解と活用を意図した授業あり方を考え、日本の算数教育の課題の解決を計っていかうとしたものである。

3. 研究の方法

本研究を進めるに当たって研究グループを組織した。この研究グループには、数学者(山形)、カリキュラム構築に携わった数学教育学者(藤井・中村)、授業研究の分析に熟知している数学教育学者(藤井・中村)、そして、乗除の場面における比例構造の理解について研究している数学教育学者(田端)で構成した。これは、小学校だけではなく高等学校に至るカリキュラムの体系的な分析ができる数学教育学者、及び、算数科の授業を子どもの事実を基に分析するだけでなく、授業研究での教師の協議会までも分析できる数学教育学者が入ることにより、学習内容がより豊かで教育現場での実現可能な授業実践が行えると期待したからである。

また、研究成果をより広く一般化するために大学教員ばかりではなく、青森と東京の小学校教師も研究協力者としてグループに加えた。現在の教科教育学の抱える問題点の一つは、教科教育学の研究成果が学校現場、特

に小学校現場に受け入れられないことが挙げられる。それは、小学校教員は全科を担当することが多く、全ての教科について専門的に研究する余裕がないことが原因と考えられる。その点、実態が異なる2つの地域の小学校教師が研究グループに加わることで、授業実践の結果により一般性をもたせるとともに、研究成果が学校現場と乖離したものとなることを避け、より広範囲の小学校教員に受け入れられやすいものとなることが期待できると考えた。

なお、本研究を進めるに当たっては、領域を「数と計算」領域に焦点化することとした。

4. 研究成果

(1) 研究を進めるに当たって、「数学的な原理」を定義する必要がある。しかし、「数学的な原理」を定義することは実は難しい。なぜなら、算数及び数学について考える立場によって原理が多様に考えられるからである。そこで、本研究では、「数学的な原理」を様々な算数の学習内容の根底にある共通した性質であり個々の学習内容を関連付けるものと考え、「理由を説明するときの根拠となり、かつ、これからの学習でも活用される有用な知識」とすることとした。

知識を考えると、事実に関する知識、いわゆる「事実知」と、方法等に関する知識、いわゆる「方法知」が考えられる。本研究では、上述のように「原理」と記述し、さらに、「共通した性質」としていることで「事実知」について述べているようにとらえられる。しかし、算数科の授業を考えていく際には両方を明確に区別することは困難であり、また、生産的であるとも考えにくい。したがって、本研究では「事実知」と「方法知」の両方を含めて「有用な知識」ととらえることとした。本研究で活用してきた原理の具体例としては、乗除の場面の前提条件である比例関係、

比例関係であると見て数直線に表すこと、十進位取り記数法の原理となる10のかたまりをつくること、乗除の計算のきまりを活用して既習の式に置き換えること、ある数を1とみる見方等が挙げられる。

(2) 青森、東京で数十回の教授実験を行い、その結果を分析した。その結果、「一人で問題を解く→お互いの考えについて話し合う→授業の感想を書く」という流れをもつ問題解決型の授業が活用する力を育てることに適していることが明らかになった。つまり、数学的な原理については子ども一人一人が問題を解決する時間だけではなく、それぞれの解決方法を子ども同士で話し合う場面にも活用されていることが明らかになり、そのような話し合いの場を設定することが重要であることがわかった。

そして、教師が、授業前の教材研究時に学習内容の前提条件となり、そして、解決や説明のための根拠となる数学的な原理(有用な知識)を明らかにする必要があることも明らかになった。さらには、そうした原理(有用な知識)を授業の中で顕在化させていく必要があることが明らかになった。以下に実践授業を通して明らかになったことをさらに詳しく記す。

①集団検討では「わからない」を大切に、既習の学習内容を根拠にして説明をさせる

子ども同士が原理を活用して話し合うためには教師の配慮が重要であることが明らかになった。その配慮とは、人の説明は他人にとってはわかりにくいことを教師は前提とし、既習事項に関連させながら説明をさせていくように子どもを導くことであった。

具体的には、集団検討の場では、友達の説明を聞いている子どもに、質問ではなく、その説明が「わかる」のか「わからないのか」の意思表示をさせ、そのことを起点として既

習の学習内容を活用した説明がなされるようにすることが挙げられる。そのためにも、教師は「他者の説明は、当初、理解しづらいものである」ということを前提に集団検討を進めていく必要がある。

さらに、教師は子どもの説明の根拠が「学級で共通に扱った既習の学習内容」となるように指導をする必要もある。このようにすることによって、自分の考えを友達に説明する活動が目前の問題を既習の学習内容に置き換えていく活動、そして、既習の原理(有用な知識)に置き換わっていく活動となっていく。このことは、たとえ理解の遅い子どもでも「わからない」という意思表示をする役割があることも意味する。つまり、たとえ授業で提示した問題は1問でも、「わからない」をきっかけに、新しい問いが子どもから出され、そのことにより子ども同士の話し合いが活性化し、つまりは、このような集団検討が原理を活用する力を育てていくことが明らかになった。

②既習の学習内容との共通点を明確にする

子どもは活用した原理がいつのどのような学習内容であったのかまでは言及することはできない。したがって、いつのどのような学習内容を活用しているのかを明確にしていくことは教師の大切な役割となる。このようにすることで既習の原理が活用されていることをより明確にできる。

さらに説明された個々の考えの共通点を見抜き、根底にある原理を明確にして次の問題解決に活用できるようにしていくことも教師の大切な役割となる。このような共通点を問うことは問題解決型の授業に対する批判「できない子どもの考えができる子どもの考えの『たたき台』となる」に対する改善策とも考えられる。このような批判が出る原因として、子どもに様々な考えを説明させた後

に、「この中で、一番よい考えはどれでしょう」と教師が問い、様々な考えの中から一つを選び出してしまふ授業の存在が考えられる。確かにこのような問いはよりよい考えへ高めていく上で重要であるが、そのような選択を行う前に、まず、それぞれの考えの共通点を問い、同じ原理に基づいていることを確認することは、原理を活用する力の育成から重要であり、一人一人の考えを認め、子どもの学習意欲を高めていく上でも重要なことといえる。

③次時の自力解決に生かせる省察をさせる

授業は共同学習を取り入れながらも、個々の子どもの活用する力を伸ばしていくことを忘れてはならない。そのために教師は問題解決型の授業過程を「問題を解く→お互いの考えについて話し合う→友達と自分の考えを比較しながら自分の考えを省察する→(省察した結果を生かして新しい)問題を解く→…」というサイクルで見直し、このサイクルによって個々の子どもの活用する力を伸ばしていくととらえる必要がある。教師がこのようにとらえることによって、学習感想を記述する活動が、授業の感想を記述する活動から、自分の考えと集団検討で説明された友達の考えとを比較した上で自分の考えを省察し、次の自力解決に生かしていく活動となることが期待できる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

- ①中野博之, 知的自立を目指す算数科授業を, 算数授業研究第68巻, 査読無, 2010, pp. 20-21
- ②中野博之, 「活用力の育成」の視点からの問題解決型の授業の考察と改善, 第42回数学教育論文発表会論文集, 査読有, 2009, pp127-132
- ③中野博之, 算数科授業における活用の様相についての一考察, 第41回数学教育論文

発表会論文集, 査読有, 2008, pp333-338

[学会発表] (計2件)

- ①中野博之, 「活用力の育成」の視点からの問題解決型の授業の考察と改善, 第42回数学教育論文発表会, 2009年11月8日, 静岡大学
- ②中野博之, 算数科授業における活用の様相についての一考察, 第41回日本数学教育学会論文発表会, 2008年11月1日, 筑波大学

[その他]

研究成果報告書 (240ページ)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

中野 博之 (NAKANO HIROSHI)
弘前大学・教育学部・准教授
研究者番号: 30400120

(2) 研究分担者

山形 昌弘 (YAMAGATA MASAHIRO)
弘前大学・教育学部・准教授
研究者番号: 10003675

(H20→H21: 連携研究者)

藤井 斉亮 (FUJII TOSIAKIRA)
東京学芸大学・教育学部・教授
研究者番号: 60199289

(H20→H21: 連携研究者)

中村 享史 (NAKAMURA TAKASI)
山梨大学・教育人間科学部・教授
研究者番号: 70303394

(H20→H21: 連携研究者)

田端 輝彦 (TABATA TERUHIKO)
宮城教育大学・教育学部・教授
研究者番号: 80344745

(H20→H21: 連携研究者)

(3) 研究協力者

弘前大学教育学部附属小学校算数科教育
研究部

(浅田鶴予, 宮崎研也, 種市芳丈, 小林実)

東京都豊島区立清和小学校

(関本淳校長, 増戸貴弘教諭 他15名)