

研究種目：基盤研究（C）
 研究期間：2007～2009
 課題番号：19500842
 研究課題名（和文） 論理的思考力の定着を目的とした基礎数学学習
 e-ラーニングシステムの設計と開発
 研究課題名（英文） A Development of e-learning system of rudimentary mathematics
 to establish the capacity of logical thinking.
 研究代表者
 鈴木 雅人（SUZUKI MASATO）
 東京工業高等専門学校・情報工学科・教授
 研究者番号：50290721

研究成果の概要（和文）：従来の数学 e-ラーニングシステムでは難しいとされていた、数式の導出過程が指導可能なシステムを構築した。利用者がタブレットペンを用いてノートに書く感覚で数式変形を行うと、システムは、考案した手書き数式認識アルゴリズムおよび数式の意味解析アルゴリズムを用いて解析し適切なコメントを出力する。高専低学年までの数式問題を対象とする実験では、入力数式の解析および導出過程に対するコメント出力が適切に行われ、本システムの有効性が確認できた。

研究成果の概要（英文）：We have developed the e-learning system of rudimentary mathematics which enable to teach the process of mathematical expression reduction. The system works on tablet PC. When the student writes mathematical expressions on the tablet PC, the system analyzes them using the mathematical expression recognition algorithm and its semantics analysis algorithm, which are designed in our research. In our experiments, it is found that the system is useful to establish the capacity of logical thinking for the students.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2009年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	2,600,000	780,000	3,380,000

研究分野：パターン認識・教育工学・自然言語処理

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学，教育工学

キーワード：基礎数学，手書き数式認識，数式意味解析，学習支援，e-ラーニング

科学研究費補助金研究成果報告書

1. 研究開始当初の背景

若者の学力低下・二極化が益々顕著になっていることは周知の事実である。本研究グループメンバーが所属する工業高専では、中学校を卒業した若きエンジニアの卵を受入れ、5年間または7年間の一環教育を経て、世に優秀なエンジニアを送り出すという重要な任務を担っているが、義務教育を終えて本校に入学してくる学生を対象として行った調査結果からも、理科系科目、特に数学の学力の著しい低下が、最も深刻な問題の1つになっていることが確認されている。この原因は義務教育における学習指導要領の大幅な改訂や授業時間数の削減だけでなく、中学生は、受験を念頭においた勉強に重点を置かざるを得ない状況から、本来は論理的思考力を養うことが目的であるはずの数学が、暗記科目に転じてしまい、学生が、公式や解法を暗記することが数学を学ぶことであると思いついていて、ところが大きな原因であると考えている。

高専は、高校1年生の学齢の学生を受け入れ、早期技術者教育を実施している関係から、本来高校3年間で修得すべき数学の学習内容を約2年間で修得するカリキュラムになっている。この教育課程では、中学校までの数学教育において十分な数学的思考能力のトレーニングが行われることが前提となるが、実際には、多くの学生がそのレベルに達しているとは言い難い状況である。一般に、この問題の唯一の解決策は、学生一人一人に十分に時間をかけて、地道にトレーニングを実施することであると言われている。しかし、昨今の少子化問題とからんで、高専をはじめとする殆どの高等教育機関では人員削減の方向で改革が進んでおり、数学のトレーニングにとって重要となる少人数教育・個別指導には明らかな限界があるのも事実である。また近年、eラーニングの普及は、教育支援の一つとして注目を浴びており、英語教育など一部の分野では実際の活用例も報告されている。しかし、数学においては、単なる問題の答え合わせにとどまらず、数式のハンドリングや式の証明など、思考過程を数式として記述して行く問題の指導を念頭に置いた場合、現状のeラーニングシステムに関する研究成果が有効にはたらくとは考え難い。

一方、研究代表者および研究分担者は、これまで、パタン認識および自然言語処理に関する研究を専門に行っている。一般の手書き文字に対してパタン認識技術を適用する場合、100%に近い認識精度を実現することは困難であるが、認識対象が数式のように限定される

場合、文字筆跡を用いた認識では非常に高い精度が期待できる。更に、自然言語処理の技術を用いて構文解析・意味解析を行うことで誤認識訂正が可能であることから、更に高い認識精度が期待できるものと思われる。また、研究分担者は、所属機関の低学年において、数学のトレーニングを実施する科目（基礎数学演習）も担当しており、中学校を卒業して本校に入学してくる学生の数学的学力を常に把握しておくことが可能である。

そこで我々申請者は、これらの背景を踏襲して、単なる公式による解法の暗記や、答えの照合のみに留まるような効果の薄いeラーニングシステムではなく、学生に数式の変形過程や証明の過程を1つ1つ記述させ、数式のハンドリングを正確におこなえるよう支援をすることで、数学的思考能力が身に付くようなeラーニングシステムの設計と開発を研究目的として検討している。

2. 研究の目的

本申請研究テーマでは、中学校および高校1・2年の数学を題材として、学生の数学的思考能力を養うことを目的として、数式のハンドリング指導を支援するためのeラーニングシステムの設計・開発と、開発するシステムの運用を通して、基礎数学の教育的観点から、システムの有効性を検証することが目的である。本研究の目的を達成するため、3年計画で以下の研究・開発を行う。

(1) システムの開発

本システムは、学習者の学習環境を極力変えないことを前提に開発する。これは、紙と鉛筆をタブレットに置き換えることで実現可能である。そこで、近年比較的安価に入手可能になった液晶タブレット型パソコン上で動くようなシステムの設計と開発を行う。本研究では、利用学生の問題の解き具合を自動的に把握し、その状況によって正解へと導く適切な指導が行えるシステムを開発する。

(2) 認識エンジンの開発

本システムを実現するための要素技術として、手書き数式の自動認識アルゴリズムを確立する。手書き数式はタブレットペンで入力されるため、手書き数式認識のためのオンライン手書き文字認識アルゴリズムと、自然言語処理を用いた認識誤り訂正アルゴリズムを開発し、認識エンジンの開発を行う。

(3) 数式の意味解析アルゴリズムの検討

タブレットペンで入力された数式は、認識エンジンによって個々の文字の羅列として認識される。しかし、得られた結果はあくまで文字の羅列であり、例えば数式の中に等号が含まれていると仮定したとき、その等号の左辺と右辺が意味的に等しい式であるかどうかは、実際に解析してみないと判定できない。そこで本研究では手書き数式の認識結果に意味解析処理を行うことで、記述された数式が正しいものであるかどうかを判定するアルゴリズムを開発し実装する。

また、仮に意味的に正しい数式が記述されたとしても、その式変形が、答えを導く過程として必ず妥当なものであるとは限らない。そのため、本研究では、数式の意味解析に加え、式変形の妥当性についても検証できるアルゴリズムを開発する。

3. 研究の方法

研究の目的を3年計画で達成するため、学習支援システムの設計と試作を1年目に行い、2年目にシステム開発を行う。3年目は実際に試用を重ねながら、システムの改良をはかり、研究成果をまとめる。

また、システム開発スケジュールに合わせて、システム開発のために必要な、手書き数式認識アルゴリズムおよび数式の意味解析アルゴリズムの検討・実装を前半の1.5年間の間に行い、後半の1.5年はシステム開発・改良に合わせて、アルゴリズムの改良の期間にあてる。

最後にシステム全体を完成させ、研究成果を学会で公表する。

以下に、それぞれの研究に関する研究方法を示す。

(1) e-ラーニングシステムの設計・開発

既に様々なe-ラーニングシステムが実用化されている。本研究の目的は、基礎数学学習を支援するためのe-ラーニングシステムを構築することであり、新しいe-ラーニングシステムの提案とは目的を異にするため、手書き数式を入力からコメント表示まで、学習者が従来の紙と鉛筆を使った学習と比較して、違和感や不自由のない環境を構築することを念頭に設計と開発を行う。設計の際には、他の高専で行われている数学教育の取り組み事例や、学習支援システムの開発事例なども調査した上で設計を行う。

開発するシステムは、1年目は、手書き数式認識や数式の意味解析のアルゴリズムが確立されていることを前提にシステム全体の設

計を行い、2年目にシステム全体の開発を行う。さらに、実際の試用によって明らかになる問題点（使い勝手など）を洗い出し、3年目にシステムの改善を行う。尚、3年目の試用の際には、実際に学習を行うためのコンテンツも必要である。そのため、多くのe-ラーニングシステムに備えられている問題作成支援システムも一緒に構築する。

(2) 要素技術に関する研究

研究代表者および連携研究者は、これまでに、手書き文字認識に代表されるパタン認識の技術と、自然言語処理に関する技術を融合し、手書き文書の自動認識に関する研究を行っている。また、過去には「文字画像」ではなく、タブレットペンなどで書かれた「文字筆跡」を認識する研究にも携わってきた。本研究では、これらの研究成果を応用し、ペンで書かれた数式等を自動認識し、数式の意味を解析する手法を実現する。手書き数式認識においては、認識対象字種が非常に限られていることを利用して高い認識精度を実現することが可能であるが、それに加えて、数式の構造上の性質（例えば指数は右肩に小さく各、など）を知識として利用して、構文解析結果を用いた誤認識訂正を行って、更に認識精度を高める。

また、数式の意味解析アルゴリズムについては、ほとんどの場合に数式の導出は等号で結んで行われるため、等号で結ばれた二つの等式が等価であるかどうかを判定するアルゴリズムを検討する。一般に一変数多項式の場合は、変数の次数によって整理した「標準形」を決めることができるため、二つの数式が同じ標準形に変形できるかどうかによって等価性を検証することができる。しかし、複変数の式や分数式などについては等価性を判定する方法は一般には存在しないため、本研究では、扱う数学の範囲が高専二年生程度であり、しかも、演習問題である（つまり極端に端数の多い実数はあまり使わない）ことを逆に流用し、等価性判定アルゴリズムを検討する。

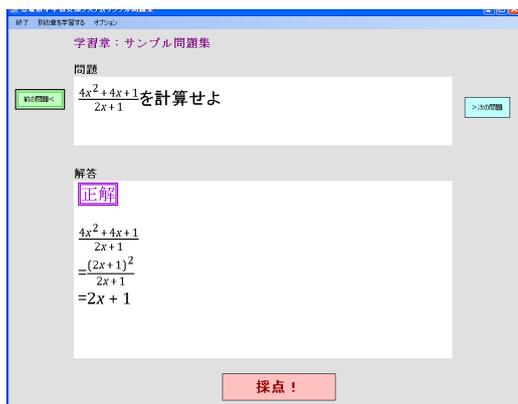
(3) 開発システムの試用および評価・改善

以上の研究方法・計画により、2年目後半には、試用段階ではあるが、システムとして一通りの完成をみることが出来る。完成したシステムは、実際に試用・評価を行い、改善すべき項目の洗い出しを行う。これらの改善項目については、再度検討を重ねてシステムを改良し、最終的に完成されたシステムを作り上げる。

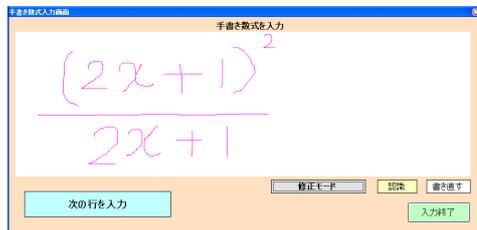
また、これらの研究成果については、ある程度まとまった段階で、逐次、研究会等で公表する。

4. 研究成果

本研究の目的を達成するため、手書き数式認識および誤認識訂正、数式の意味解析、数式導出の妥当性評価に関する検討を行い、それらの成果を踏襲して、基礎数学のための学習支援システムを完成させた。図1は、作成したシステムを使った様子を表したものである。学習者がシステムを起動すると図1(a)のような画面が開き、問題が出題される。学習者は同図(b)のような画面にタブレットペンを用いて数式の導出過程を入力し、シス



(a) システムメイン画面



(b) 手書き数式入力画面

図1 開発したシステムの概要

テム側で採点を行うようになっている。以下に、本システムを実現するための要素技術に関する研究成果とシステム性能評価について述べる。

(1) 手書き数式認識の研究成果

研究代表者らが長年続けてきたオンライン手書き文字認識手法を数式認識を前提としたアルゴリズムに改良して実装した。本システムでは高校低学年までの数学で扱う数式を対象とするため、認識対象字種が20字程度で十分である。そのため非常に高い認識精度が期待できる。本システムの対象年齢と同等の学生10名に協力してもらい、字種ごとに50件のサンプルデータを収集し、認識に用いる標準パターンを生成した。

$$x+3=4$$

$$x-4=-6$$

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{x} = -\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{d}{dx} (x+1) = 1$$

$$x^2-4=(x+2)(x-2)$$

$$(x-1)^2=x^2-2x+1$$

$$\int (x+1)dx = \frac{x^2+2x}{2}$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x}$$

$$\frac{-x^2-1}{x^4-1} = \frac{-1}{x^2-1}$$

$$\int \frac{x(x+2)}{x+2} dx = \int x dx$$

図2 扱う数式の例

数式(690文字分、例を図2に示す)を入力してもらい認識実験を行った。

その結果、文字切り出し処理も含めて81.0%の認識精度が得られた。誤認識の原因は、文字切り出し処理が約3割、文字そのものの誤認識が残り7割である。しかし、本システムでは、得られた認識結果に対して、数式に関する性質(例えば括弧はペアになっている、閉じ括弧が先にくることはないなど。)を用いて誤り訂正ができるようになっていくこと、更に、実装したインターフェースでは、簡単な操作で誤認識訂正を行うことが可能であることなどから、学習者が少々の操作によって、最終的な認識精度はほぼ100%になった。

(2) 数式の意味解析に関する研究成果

学習者が入力する数式導出過程は、等号で式を結んで式変形を行う場合が多い。そこで本研究では、等号で結ばれた2つの数式が意味的に等価であるかどうかを自動判定することにより入力された式の意味を解析するアルゴリズムを検討した。一変数多項式の場合は、

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

のように一つの標準形を定め、分配則・交換律・結合則等の規則を用いて、それぞれの式を標準形に変形することで等価性を判定することができる。しかし、分数式の場合は分母と分子を因数分解して約分しないと等価性判定はできないため、因数分解アルゴリズムについて検討が必要である。一般に、因数分解の手法として因数定理を用いる方法が有効であるが、発見的であり因数分解可能な多項式には制限がある。本研究では、高校低学年までの数学で、しかも演習問題を対象としていることを利用し、任意の多項式に対して因数分解可能なアルゴリズムを独自に考案した。本システムの対象年齢と同等の学生10名に協力してもらい、数式導出過程を50件入力してもらい検証実験を行ったところ、個々の文字が正しく認識されているという前提のもとで、全ての等価性判定を行うこと

ができた。

また、仮に等号で結ばれた二つの数式が等価であったとしても、その式変形が、答えに辿り着くために妥当な変形であるとは限らない。本研究では、このような式変形の妥当性を検証する方法として、導出ステップ数という概念を提案した。導出ステップ数は、分配則・交換律・結合則等の規則を用いて、等号で結ばれた二つの式が答えに辿り着くまでに何回演算を行わなければならないかを数値化したもので、これにより変形の妥当性を検証することができる。また、導出ステップ数が飛躍的に変化する場合、式変形に飛躍があると判定し、学習者にコメントを与えることができる。同様の 50 件の数式導出過程について検証実験を行ったところ、全体として導出の妥当性検証が正しく行えた事例は半分以下であるが、その中で、一般に数学の学力が低い学生に限定すると妥当性の検証がほとんど正しく行えていることから、本提案手法は、学力が比較的低い学習者を対象とした場合に有効であるという結果が得られた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 18 件)

- ① 鈴木雅人, 北越大輔, “プログラミング添削指導支援のためのプログラム意味解析ツールの開発”, 東京工業高等専門学校研究報告, 第 41(1)号, pp. 77-80, 2010, 査読有
 - ② 城石英伸, 大野秀樹, 松本章代, “授業アンケートに潜む危険—学生の授業に対するニーズとアンケート—”, 論文集「高専教育」, vol. 33, (掲載決定), 2010, 査読有
 - ③ 鈴木雅人, 松本章代, 北越大輔, 田中大輔, 山田未央佳, 山田翔, “理工系学生を対象とした文章作成能力向上のための支援システム”, 東京工業高等専門学校研究報告, 第 40(1)号, pp. 59-62, 2008, 査読有
 - ④ 小坂敏文, 吉本定伸, 松林勝志, “プログラミング言語演習課題の収集検査 Web システム”, 東京工業高等専門学校研究報告, 第 40(2)号, pp. 71-74, 2009, 査読有
 - ⑤ 大塚友彦, 清水昭博, 他 4 名, “東京高専における新入生向け体験重視型専門基礎教育—概要報告—”, 平成 19 年度工学・工業教育研究講演会論文集, pp. 570-571, 2007, 査読有
 - ⑥ 松本章代, 他 5 名, “検索キーワード間の修飾—被修飾関係の詳細な分析に基づく WWW 検索性能の向上”, 情報処理学会論文誌, vol. 48, no. 10, pp. 3386-2404, 2008, 査読有
- [学会発表] (計 33 件)
- ① 鈴木雅人, 大川知, 松本章代, 吉本定伸, 大塚友彦, “基礎数学学習支援システムのための手書き数式解析法の検討”, 電子情報通信学会 2010 年総合大会, 2010 年 3 月 17 日, 東北大学
 - ② 栗原竜矢, 北越大輔, 鈴木雅人, “学生の授業評価・習熟度関連性モデルを用いた教員への教育法提示支援システム”, 第 37 回知能システムシンポジウム, 2010 年 3 月 16 日, 横浜国立大
 - ③ 鈴木雅人, 松本章代, 吉本定伸, 大塚友彦, “手書き数式解析に基づく基礎数学学習支援システムの開発”, 電子情報通信学会教育工学研究会, 2010 年 3 月 5 日, 高知大学
 - ④ Akiyo Matsumoto, et. al. “Judgement of Web Pages Based on Information Value that Decays with Time”, The 4th International Conference on Ubiquitous Information Management and Communication, 2010 年 1 月 14 日, Sungkyunkwan University(韓国)
 - ⑤ 鈴木光一郎, 北越大輔, 鈴木雅人, “標本固有ベクトル補正による手書き文字認識のための母集団分布推定に関する研究”, 第 1 回大学コンソーシアム八王子学生発表会要旨集, 2009 年 12 月 5 日, 八王子市学園都市センター
 - ⑥ 大川知, 北越大輔, 鈴木雅人, “手書き数式認識を用いた基礎数学学習支援システムの開発”, 第 1 回大学コンソーシアム八王子学生発表会, 2009 年 12 月 5 日, 八王子市学園都市センター
 - ⑦ 大塚友彦, 他 5 名, “高専一年生専門導入教育「ものづくり基礎工学」受講者の意識調査とその分析”, 平成 21 年度工学・工業教育研究講演会, 2009 年 8 月 7 日, 名古屋大学
 - ⑧ 鈴木雅人, 山田恭一郎, 松本章代, 吉本定伸, 大塚友彦, “数式の意味解析に基づく基礎数学 e-ラーニングシステムの開

発”，電子情報通信学会 2009 年総合大会，
2009 年 3 月 17 日，愛媛大学

- ⑨ 松本章代，山田未央佳，山田翔，鈴木雅人，“理工系学生を対象とした技術文書作成支援システム”，情報処理学会コンピュータと教育研究会，2009 年 2 月 27 日，電気通信大学
- ⑩ 八里栄輔，北越大輔，鈴木雅人，“かすれ手書き文字の高精度認識アルゴリズムに関する研究”，八王子産学公連携機構第 8 回研究成果発表会，2008 年 12 月 8 日，八王子学園都市センター
- ⑪ 山田恭一朗，鈴木雅人，北越大輔，松本章代，“手書き数式認識を用いた基礎数学 e-ラーニングシステムの開発”，八王子産学公連携機構第 8 回研究成果発表会，2008 年 12 月 8 日，八王子学園都市センター
- ⑫ 佐々木誉，大塚友彦，“Adoptive Order Statistics Filter Using Flag Pattern Detection”，情報処理学会・電子情報通信学会 FIT2008 第 7 回情報科学技術フォーラム，2008 年 9 月 2 日，慶応義塾大学
- ⑬ 泉谷達庸，松本章代，鈴木雅人，“Web 文書を活用した n-gram モデルによる手書き自由記述アンケートの自動認識法”，情報処理学会自然言語処理研究会，2008 年 1 月 22 日，国立情報学研究所
- ⑭ 田中大輔，松本章代，鈴木雅人，“理工系学生を対象とした論文における文章作成能力の向上を促すシステムの開発”，電子情報通信学会 2008 年総合大会，2008 年 3 月 18 日，北九州学術研究都市
- ⑮ 鈴木雅人，山田恭一朗，松本章代，吉本定伸，“論理的思考の定着をねらいとした基礎数学 e-ラーニングシステムに関する一検討”，電子情報通信学会 2008 年総合大会，2008 年 3 月 19 日，北九州学術研究都市

6. 研究組織

(1) 研究代表者

鈴木 雅人 (SUZUKI MASATO)
東京工業高等専門学校・情報工学科・教授
研究者番号：50290721

(2) 連携研究者

大塚 友彦 (OOTSUKA TOMOHIKO)
東京工業高等専門学校・電子工学科・教授
研究者番号：80262278

吉本 定伸 (YOSHIMOTO SADANOBU)
東京工業高等専門学校・情報工学科・
准教授
研究者番号：00321406

松本 章代 (MATSUMOTO AKIYO)
東北学院大学・教養学部・講師
研究者番号：40413752