

平成22年5月20日現在

研究種目：基盤研究（C）  
 研究期間：2007～2009  
 課題番号：19510136  
 研究課題名（和文） 評価基準の集合がポセット構造を持つ多基準意思決定問題のためのモデル構築  
 研究課題名（英文） On building a multi-criteria decision model on posets of criteria  
 研究代表者 藤本 勝成 (FUJIMOTO KATSUSHIGE)  
 福島大学・共生システム理工学類・准教授  
 研究者番号：50271888

研究成果の概要（和文）：協力ゲーム的意思決定の状況において、提携形成過程における①「コミュニケーションにおける空間的制約」②「各プレイヤーの立場・特性」③「不可能・無意味な提携の排除」④「提携への参加レベルの緩和」等を考慮したモデルおよびそれらのモデルにおける利得の配分ルールに関する種々の概念を提案した。具体的には、提携の集合に、コミュニケーションネットワークにより導かれるポセットの構造を入れ、そのポセット上の関数としてプレイヤーの利得構造を表現するモデルとその1つの解概念を提案した。

研究成果の概要（英文）： I have proposed a model and a solution concept on it under considering 1) communication under spatial restrictions, 2) positions and properties of each players, 3) exclusion of no meaningful coalitions, and 4) modifications of participation levels to coalitions. To be more precise, I have proposed them on a poset induced by communication networks represented by undirected graphs.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	500,000	150,000	650,000
2008年度	500,000	150,000	650,000
2009年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	1,500,000	450,000	1,950,000

研究分野：社会システム工学

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学・社会システム工学・安全システム

キーワード：ポセット，意思決定，協力ゲーム，配分，シャープレイ値，マイヤーソン値

1. 研究開始当初の背景

(1) 多基準(属性)の意思決定問題の1つ

の歴史的流れとして以下のようなものがある：

① 期待値: 保険におけるリスク計算のように、確率と実価値の確率的期待値による評価。

② 期待効用・歪曲確率モデル・プロスペクト理論: 聖ペテルスブルグやアローの逆理に見られるような、期待値では説明できない判断。主観的な価値(効用)や確率の主観的な受止め方、また、それらが gain の場合と loss の場合による違いが影響する主観的な判断を表現するために開発・提案された。

③ Dempster-Shafer 理論・累積プロスペクト理論・Choquet 積分モデル: ある評価基準(属性)における評価値が、他の基準(属性)の重視(重要)度に影響を与える、つまり、基準(属性)の集まりとしての評価を重視しているような評価・判断を表現するために開発・提案された。また、エルスバークの壺の例に見られるような不確実性回避の判断の表現のためにも用いられる。

④ バイポーラーChoquet 積分モデル: a) たとえ同一評価基準(属性)であっても、その基準(属性)での評価値が“gain”の場合と“loss”の場合とで異なる重視度を持ち、さらに、b) ある評価基準(属性)での評価値が、他の評価基準(属性)への重視度に大きな影響を与えるような評価・判断を表現するために開発・提案された。しかしながら、バイポーラーChoquet 積分モデルは Grabisch(パリ第1大学)らによって近年提案されたばかりの概念であり、まだ、改善・改良の余地が残されている。

(2) これらのモデルを数学的・パラメータ的視点から眺めてみる。今、評価基準(属性)の集合を  $N = \{1, \dots, n\}$  とする。このとき、(1)における①のモデルでは、 $N$ 上の実価値  $x_i$  と確率(測度)  $p_i$  によって統合評価が与えられる。②のモデルでは、①のモデルに加えて、実価値  $x_i$  および、確率(測度)  $p_i$  を distort する効用関数  $u(x_i)$  および、重み関数  $w(p_i)$  が必要となる。③のモデルでは、②のモデルにおける重み関数  $w(p_i)$  の代わりに  $2^N$  上の関数  $\mu$  を用いる。④のモデルでは、③のモデルにおける  $2^N$  上の関数  $\mu$  の代わりに  $3^N := \{(A, B) \mid A, B \subseteq N, A \cap B = \emptyset\}$  上の関数  $v$  を用いる。ここで、評価基準(属性)に対する重視度(のようなもの)を表す関数  $p, w, \mu, v$  は、 $n$  基準(属性)に対して、それぞれ、 $n, n$ (プロスペクト理論では  $2n$ )、 $2^n$ (累積プロスペクト理論では  $2^{n+1}$ )、 $3^n$  個のパラメータを必要とする。モデルの表現力を高めると同時に、パラメータ数の増大が顕著である。このため、現実の問題への応用を考える際、パラメータ数が非常に大きいモデル③、④は、そのままでは、非常に扱

にくいモデルである。

## 2. 研究の目的

(1) 前述のモデル③、④において、パラメータの顕著な増大、空間の巨大化の最も大きな要因として評価基準(属性)の集合の対称な分配束構造が挙げられる。対称な分配束は、組合せ論的な性質が非常に良いため、その上での関数(付値分配束)も非常に取り扱い易い性質を持っている。しかし、現実の意思決定の問題を考える際、分配束の構造は、必要以上に rich すぎる面がある。事実、トレードオフの関係にあるような評価基準(属性)が存在する場合は少なくない、むしろ、普通であるともいえる。また、原理的に両方の基準での評価を同時に上げることが不可能な場合もある。例えば、自動車における“燃費”と“馬力”という2つの評価基準(属性)を考えた場合、共に評価が低い自動車が存在したとしても、共に高い評価を得ることは不可能である。モデルにおける“パラメータ数”と“精度”も同様である。

(2) 一方で、“gain”や“good”に関しては、いくら高い評価を受けても全体の評価には大きくは反映されないが、“loss”や“bad”になった瞬間に、非常に重視されるような評価基準(属性)も存在する。逆の場合も考えられる。つまり、評価基準(属性)の集合は、1) 対称である必要はなく、また、2) 束のように常に上( $\vee$ )下( $\wedge$ )に閉じている必要もない( $A \vee B$ : 基準 A でも基準 B でも共に good (positive) である。 $A \wedge B$ : 基準 A でも基準 B でも共に bad (negative) である。)ことがわかる。しかしながら、未だ、このような、対称な分配束以外の組合せ構造上での意思決定のモデルはほとんど議論・提案されていない。

(3) 本研究では、“②の期待効用モデルから、④のバイポーラーモデルの間に存在する”ポセット上のモデル”の集合に、組合せ論、グラフ理論、マトロイド的な視点をベースに、意思決定の文脈から解釈可能な(分類・順序)構造を与え、より柔軟で現実問題に対応可能な意思決定モデルの構築とそのモデルにおける種々の分析方法・手法を提案することを目的としている。

## 3. 研究の方法

(1) 組合せ論・グラフ・ネットワーク理論における視点や知見を基にして、評価基準(属性)の集合を要素にもつポセット上の関数とそれに関する各評価値の統合演算モデルの構築する上で、前述の、評価基準(属性)

に対する重視度(のようなもの)を表す関数  $p, w, \mu, v$  のポセット上の関数への一般化が最も重要な問題となる。つまり、各評価基準(属性)の評価値を統合する尺度としてのポセット上の関数を定め、その関数の持つ性質について、議論・調査することが重要である。具体例として、 $N=\{1,2,3\}$  の場合には、期待効用モデル、Choquet 積分モデル、バイポーラモデルは、それぞれ、下記の図 1 の(a), (b), (c) のようなポセット上の関数を介した各評価値の統合モデルと解釈できる。

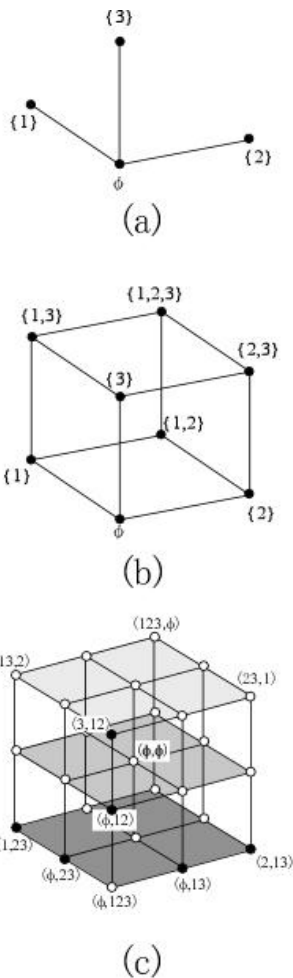


図 1

また、図 1 (a), (b)は、図 2 (a), (b)の無向グラフより生成されるポセットとなっている。

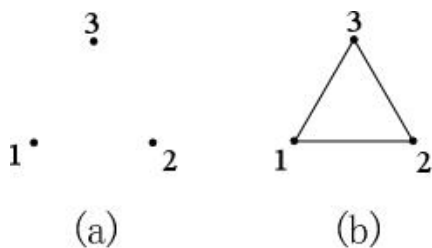


図 2

(2) そのため、主に、協力ゲームの枠組みにおける、プレイヤー間の組合せ構造(提携構造)およびコミュニケーションネットワークに注目して以下のようなアプローチをとった。

① 1つは、 $n$  要素のバイポーラモデルで必要とされるプール束  $B(n)$  を正則集合系(最大元としての全体集合  $N$  と最小元としての空集合  $\phi$  を含み、全ての要素が、ある最大鎖に属し、各要素をカバーする要素との大きさの差が 1 である分配束)と呼ばれる分配束に制限する。そして、その構造の解釈とその構造における、各評価基準(属性)の重要度に関する議論を行う。

② 1つは、 $n$  要素の集合上のコミュニケーション構造を無向グラフで表現する。そして、この構造においてコミュニケーション可能(つまり、連結)な要素のみが、実現可能な提携であるとする、グラフより生成されるポセット上で、上記と同様の議論を行う。

③ また、これらが、期待効用理論からバイポーラモデルの中間的なモデルとしてどのように振舞うか、そこで、得られた結果がどのように解釈できるかについて議論を行う。

#### 4. 研究成果

(1) 協力ゲーム的意思決定の状況において、提携形成過程における、

① 「コミュニケーションにおける空間的制約」: 全てのプレイヤー(属性)がそれぞれにコミュニケーションを取れるわけではない場合。多基準意思決定問題においては、全ての基準を同時に考慮できるとは限らない場合に対応。

② 「各プレイヤーの立場・特性」: 上下関係、従属関係などの順序関係・依存関係などの非対称性が存在する場合。多基準意思決定問題においては、評価基準(属性)の間のトレードオフや依存関係ならびに優先順位等に対応。

③ 「不可能・無意味な提携の排除」: 提携を実現するためには、提携内のメンバーが互いに、コミュニケーションチャンネルを持つ必要がある。また、たとえコミュニケーションチャンネルを持っていたとしても、空間的制約、立場やイデオロギーなど様々な要因から実現不能な提携も存在する。例えば、プレイヤーが政党である場合、右翼政党と左翼政党の提携は通常考えられない。

④「提携への参加レベルの緩和」：プレイヤーは、提携に参加するか否かの二者択一を強いられる。しかしながら、もう少し緩やかな参加形態も考えられる。実際、投票行動では、賛成、反対に加え第3の選択肢「棄権」が存在する。

を考慮したモデルを提案した。協力ゲームにおける利得関数は、数学的には、多基準意思決定問題における重み関数と同値であり、協力ゲームにおける結果・知見の多くはそのまま、多基準意思決定問題に利用可能である。

(2) 具体的には、

① 1つは、提携の集合（評価基準の集合に対応）に、コミュニケーションネットワークにより導かれるポセットの構造を入れ、そのポセット上の関数としてプレイヤーの利得構造を表現するモデルを提案した。ここで、通常の協力ゲーム、提携制約のある協力ゲームにおける既存の種々の解概念・配分ルール（シャープレイ値、マイヤソン値等）に対して、このモデルを通した自然な解釈を与えた。これらの解釈を一般化する形で、コミュニケーション制約下における新たな1つの解概念・配分ルールを提案した。ここで、提案された解概念は、コミュニケーション制約下においてこれまで提案されてきた解概念らがさらされてきているほぼ全ての批判に対して耐える解概念となっている。束構造を仮定しない組み合わせ構造上でのゲームの表現はこれまでの国内外における研究において、例を見ないものである。

② もう1つは、各プレイヤーの逐次参加による全体提携形成は保障するものの、その提携形成順序に制約を課したモデル。提携形成において、参加・不参加の二者択一的な参加形態ではなく、参加・不参加のレベルを設定したモデルなどを提案した。また、これらにおける各プレイヤーへの利得配分ルール、もしくは各評価基準（属性）の全体における重要度を表現するための指標の提案およびその公理論的特徴付けを与えた。

これにより、4. (1)における①および②の文脈においてこれまで提案されていた様々なコミュニケーションネットワーク上での利得配分ルールの種々の問題点を解決するとともに、4. (1)における③および④の文脈において提案されてきた様々な利得配分ルールを包括的に捉える統一概念を提案した。また、これらのルールの適用対象およびその意味付け・解釈における差異を考える上での1つの方向性に関して、導くことができた。

5. 主な発表論文等  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計9件)

- ① K.Fujimoto、Representation of Importance and Interaction of Fuzzy Measures, Capacities, and Its Extensions: A Survey、Proc. of IUM2010: Integrated Uncertainty Management and Applications、2009、pp. 115-126.
- ② 本田あおい、藤本勝成、協力ゲームの一般化と解概念、知能と情報、査読有、Vol.21、No.4、2009、pp. 67-75.
- ③ T.Murofushi, Y.Sawata, K.Fujimoto、Necessary and sufficient conditions in terms of Möbius transform for k-monotonicity of set functions、RIMS Kokyuroku、査読無、2009、Vol.1630、pp.33-40.
- ④ Katsushige Fujimoto, Aoi Honda, A Value via Posets Induced by Graph-Restricted Communication Situations、Proc. of IFSA/EUSFLAT 2009、査読有、2009、pp. 636-641.
- ⑤ T.Murofushi, K.Fujimoto、Y.Sawata, Additive indecomposability of submodular set functions and its generalization、RIMS Kokyuroku、査読無、2009、Vol.1585、pp.115-119.
- ⑥ 藤本勝成、入門:ファジィ測度とその周辺:第4回:価値を表すファジィ測度(2)、知能と情報、査読無、Vol.20、No.5、2008、pp.768-775.
- ⑦ 藤本勝成、入門:ファジィ測度とその周辺:第3回:価値を表すファジィ測度(1)、知能と情報、査読無、Vol.20、No.5、2008、pp. 601-608.
- ⑧ 藤本勝成、入門:ファジィ測度とその周辺-第2回:確らしさを表すファジィ測度、知能と情報、査読無、Vol.20、No.5、2008、pp. 322-329.
- ⑨ 藤本勝成、入門:ファジィ測度とその周辺-第1回:ファジィ測度とファジィ積分の概要、知能と情報、査読無、Vol.20、No.5、2008、pp.218-225.

[学会発表] (計6件)

- ① 藤本勝成、ファジィ測度で表す・ファジィ測度を読む、日本知能情報ファジィ学会ソフトサイエンス研究部会、2010年3月、名城大学
- ② 藤本勝成、コミュニケーション制約下でのポセットを通した利得配分の提案、日本知能情報ファジィ学会、2009年7

- 月、筑波大学.
- ③ 藤本勝成、コミュニケーション制約下における利得分配に関する一考察、一橋ゲーム理論ワークショップ2009、2009年3月、一橋大学.
  - ④ 藤本勝成、コミュニケーション制約下における利得分配に関する一考察、第13回曖昧な気持ちに挑むワークショップ、2008年11月、公立学校共済組合飯坂保養所飯坂温泉 あづま荘.
  - ⑤ 藤本勝成、依存・順序関係のある属性間の相互作用表現に関する一考察、日本知能情報フuzzy学会ソフトサイエンス研究部会、2008年3月、横浜国立大学.
  - ⑥ 室伏俊明、澤田佳成、藤本勝成、集合関数の  $k$  単調性の必要十分条件、日本数学会、2008年3月、近畿大学.

## 6. 研究組織

### (1)研究代表者

藤本 勝成 (FUJIMOTO KATSUSHIGE)  
福島大学・共生システム理工学類・准教授  
研究者番号：50271888