様式 C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成 21 年 6 月 16 日現在

研究種目：基盤研究（C）
研究期間：2007～2008
課題番号：19530266
研究課題名（和文） 動的均衡アプローチによる金融市場のミクロ構造分析

研究課題名（英文）
Financial Market's Microstructure Analysis with Dynamic Equilibrium Approach

研究代表者
和田 良介（WADA RYOSUKE）
小樽商科大学・商学部・教授
研究者番号：00241414

研究成果の概要：

数値計算により「動的均衡モデル」を分析することが可能となった。この意義は次の通り。外為市場を対象とする動的均衡モデルを開発している。価格変動率の変動要因や取引量との相関を分析することが目的である。モデルは確率過程の組み合わせで構成されている。確率過程が複雑なため、解析的な方法で分析することが困難である。また既存のソフトでは役に立つだけの数値計算もできなかった。そこで、プログラムの作成と計算方法の工夫により、応用に耐えうるだけの計算結果が出せるようになった。シミュレーションは不要になった。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合 計
2007 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2008 年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
年度			
総 計	1,500,000	450,000	1,950,000

研究分野：
科研費の分科・細目：経済学／財政学・金融論
キーワード：

１．研究開始当初の背景

（１）金融市場では一般的に株式市場のザラバで代表されるように連続時間で取引が行われている。そこでは保存可能なものが予想に基づいて取引されており、需給の定義は明確ではない。そして価格は変動を繰り返している。このような連続時間の競争売買に均衡分析の方法を適用することは難しい。それに代わるものとして動的均衡アプローチを考案した。

（２）このアプローチは、外為市場における volatility の決定要因を説明しようとするなかで開発してきた。このモデルに基づき volatility の決定要因の影響を及ぼす過程の概略を説明することはできた。しかしながら、結果の予想にとどまり、解析的な方法による確率過程の厳密な比較静学を行うことはできなかった。

（３）2007 年 3 月 30 日、本研究テーマの論文、 **“Stochastic Structure of Volume and Volatility in Brokered FX Market,”** Ryosuke Wada の学会発表をおこなった。開催場所はスイス、チューリッヒ。学会名、10th Conference, Financial Market and Portfolio Management。本研究計画の扱う連続時間確率過程はファイナンスの分野では広く利用されてはいない。そのため学会発表を行う際には分析方法の数値例をグラフ化して見せること必要である。このことを発表会場で改めて認識することになった。

２．研究の目的

（１）具体的な直近の目標
動的均衡モデルを用いて外為市場の volatility の決定要因及び取引量との相関をを説明することである。解析的な手法が使えない部分を数値計算で代替することにより volatility の決定要因の影響を導出することを当面の目標とした。

（２）計算対象
動的均衡モデルは確率過程の組み合わせである。このモデルでは「市場の状態」は有限個の要素のいずれかにあると考える。市場で取引が行われると、市場は要素の間を移動すると考える。この移動はランダムであり「連続時間マルコフ過程」に従う。任意の時間の経過後に、ある要素から別の要素へ移動している確率は推移確率行列によって表される。

市場参加者は外為ディーラーである。取引価格について非同質的な予想を持っている。そしてこの予想は連続時間のなかで各自がランダム見直す。そのたびに新たな予想に基づいて取引を行う。一方で、市場外部のマクロ経済からもランダムに売買注文が到着している。非同質的な予想を持つディーラーたちが全体としてマクロの超過需要を吸収する。取引価格は予想の異なるディーラーたちが吸収するに十分なだけ変化するのである。この超過需要とディーラーの「外為在庫水準」の組み合わせが市場の状態を表す「要素」を構成する。

この市場の状態である「要素」とディーラーの予想価格の分布の２つが取引価格の分布関数を決定するのである。そのため、各要素に対応した取引価格の分布関数が存在している。

一方、「推移確率」から市場がある要素に滞在している時間の割合が導出される。これにより、①市場が各要素に滞在する確率と②各要素に対応する取引価格の分布関数から、任意の時間内の取引価格の分布を求めることができる。また取引価格の volatility と取引量の相関も分析することができる。研究の目的は、このような価格決定過程の解明である。このために、「要素」間の推移確率の行列を分析することが必要である。

このモデルは確率過程の組み合わせからなり過程が複雑なため解析的な手法による分析が難しい。そこで分析のためにはシミュレーションか確率変数のモーメント等の直接

的な数値計算が必要となる。実証分析に応用できるだけ市場参加者の数を増加しようとすると、推移確率行列のサイズは急速増加する。

（3）着想の提示方法の工夫
金融市場の連続時間取引に均衡分析を適用することは難しい。動的均衡アプローチが代替しうると考える。ミクロ構造分析にあたって、このアプローチが有効であることを示すことも目的である。ファイナンスの学会では本研究計画の用いるような連続時間確率過程は広くなじまれてはいない。モデルを理解してもらうには、推移確率が収束してゆく過程をグラフ化するなどして分かりやすく提示できることが重要である。このためにも、推移確率の数値計算の結果を自在に示しうることも具体的な目標である。

３．研究の方法

外為市場の動的均衡モデルに基づく推移確率は行列の形となる。推移確率行列を解析的方法で論ずることは難しい。そのため、推移確率行列を数値計算あるいはシミュレーションにより求める。また取引価格の分布も同じ理由により数値計算あるいはシミュレーションにより求める。

４．研究成果

（1）まとめ
この度の成果は、モデルを数十人の市場参加者まで拡大した場合でも確率推移行列が計算できるようになったことである。シミュレーションにより同じ結果を得ようとすると莫大な作業量が必要と見積もられたが、これにより、はるかに早いペースで分析と行う目途がついた。またこれにより、学会発表でも動的均衡の説明力をより分かりやすく表示できると考えられる。

（2）Convergence Effect の把握
研究の前半では Visual Basic for Application によるシミュレーションに取り組んだ。動的均衡モデルではディーラーは相場の先行き予想をランダムに見直す。この過程に関してシミュレーションを通じて次のような結果が得られた。ディーラーの予想保持時間が短くなると、一定時間内の価格変動率が大きくなる。このような因果関係を「予想見直し過程」の Convergence Effect と呼んだ。これは理論モデルのみで分析していた時には見落としていた点である。ディーラー間で予想は非同質的であり、ある分布関数に従う。取引価格の初期値はランダムに到着する非同質的な予想値の組み合わせで決まる値である。取引開始後、時間の経過と共に、取引価格は予想の分布関数の期待値へと収束してゆく。予想を見直すまでの時間の短縮はこの収束を早める。そのため、長期間の取引価格の価格変動率は変化しなくても、短い期間を区切ってそこから得られるサンプルの変動率を求めると、収束のスピードとともに volatility は増加する。また取引量も増加する。

（3）シミュレーションの問題点
非同質的な予想を表すためにどのような分布関数を仮定しても、上記の（2）で得られた結果は成立する。取引価格の変動率の決定要因は他にもあり、非同質的な予想を表す分布関数もそのひとつである。この分布関数が変動率に及ぼす影響を本研究のモデルでは Heterogeneity Effect と呼んでいる。この Heterogeneity Effect の大小は分布関数の形状次第で変化すると考えられる。分布関数を

取り替える度にシミュレーションを行うことが必要となる。また市場の状態を表す要素の数は外為ディーラーの人数プラス１の２乗となるので、要素間の推移確率をシミュレーションで取り出すためにはプログラムの工夫と莫大な数のサンプルを生成することが必要となる。不可能ではないにしても、膨大な作業量に思われた。

（４）Mathematica による推移確率の計算プログラム作成

そこで、数学ソフト Mathematica を用いて推移確率を求めることを試みた。外為市場の「要素」間の推移は連続時間マルコフ過程である。ある要素から別の要素に移動する「強度」を導くことができる。これはポアソン分布の到着数の期待値に相当するものである。ある要素から別な要素へ移動する強度の一覧表である行列から、任意の経過時間後における推移確率が計算される。この推移確率行列は「強度行列」の指数関数として表される。これに至る計算過程はスカラーの指数関数のマクローリン級数と同じ形をした無限個の項の和となる。数値計算を行うとなると、収束が遅い場合には、実際の計算作業がすぐに大きくなってしまう。Mathematica には行列の指数関数を求める関数が用意されている。しかしながら、この既成の関数が働くのは、10ｘ10 の行列までであった。これでは外為ディーラーが３人の場合も扱えない。

計算例を探すことにした。強度行列の指数関数は「信用モデル」の分野で企業の格付けの推移を表すために使われている。2008 年９月オーストリアのウィーン工科大学で開催された学会 PrisMa 2008 で複数の企業の相関を考慮した格付け推移確率を求めようとする研究が発表されていた。発表者と意見交換したところ全く同じ問題が未解決であった。

Mathematica は計算ソフトであるだけではなくプログラム言語でもある。そこで既成の関数をただ利用するのではなく、任意のサイズの行列を計算しうるプログラムを作成することを目標とした。またプログラムの作成と並んで、確率過程の性質の利用による計算作業の簡単化を図った。その結果、行列サイズが 676ｘ676 の場合でも計算することが可能となった。これは 25 人の外為ディーラーを想定した場合のサイズである。推移確率導出まで計算所要時間は 13 時間であった。上記のような作業を通じて、シミュレーションによらないで、予想の分布関数の影響を求める目途がついた。

（５）未達成の課題

予想の分布関数を取り替えながら、volatility に及ぼす影響を分析することは未達の課題として残った。この部分を 2008 年度中にまとめることができなかった。

５．主な発表論文等

推移確率行列を大規模な場合でも計算できるようになり、モデル分析を行う体勢にはなった。しかし、2008 年度中に取引価格の確率分布を求めるに至らず、学会発表あるいは論文にまとめることができなかった。

６．研究組織

(1)研究代表者

和田　良介（WADA　RYOSUKE）
小樽商科大学・商学部・教授
研究者番号：00241414

(2)研究分担者

(3)連携研究者