

平成 22 年 5 月 25 日現在

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007～2009

課題番号：19530279

研究課題名（和文） 物価連動債およびファイナンス理論の数学的諸問題の研究

研究課題名（英文） Research on inflation indexed bonds and mathematical issues on financial theory

研究代表者

田中 敬一 (Keiichi Tanaka)

首都大学東京・大学院社会科学部研究科・教授

研究者番号：00381442

研究成果の概要（和文）：

確率的に変動する金利とリスクの市場価格の環境下において物価連動債を含む複数の証券を対象に動的な最適ポートフォリオを求めた。金利モデルで用いられている手法を用いて、最適ポートフォリオの最適性に関する方程式を金利モデルに現れる方程式に置き換えることにより、見通しよく解を求めることを示した。これにより、本来、観測できない実質金利やリスクの市場価格を、観測できる証券価格等から推定し、その情報によって最適なポートフォリオを構築する手立てを得ることが可能となった。

研究成果の概要（英文）：

We have obtained an optimal portfolio including inflation indexed bonds and other securities under a setting of stochastic interest rate and market price of risk. Its contribution is the methodology by applying one used for interest rate models to the solution of the optimal portfolio problem. It enables us to build an optimal portfolio by filtering unobservable real interest rates and market prices of risks with the observation of security prices traded in the market.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	900,000	270,000	1,170,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	2,700,000	810,000	3,510,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：経済学 財政学・金融論

キーワード：ファイナンス

## 1. 研究開始当初の背景

元来ファイナンス理論はその研究領域と手法の多様性から隣接分野が多いものの、その数学的手法が高度になるにつれて各分野

の知見が十分に融合していない研究課題が散見される。そのような課題のうち今後の議論に有益な課題として、物価連動債の価格付けおよび企業倒産に関する価格決定の2点について考察する。

## 2. 研究の目的

本研究は、資産価格に関するファイナンス理論で十分に解明されていない、いくつかの数理的問題点を解明することを目的としている。具体的には物価連動債の価格付け、および企業倒産に関する意思決定・価格付けを確率過程の初到達時刻を用いて解析することの2点である。

1点目の物価連動債価格のモデル化では、物価連動債の価格付けは当然のことながら物価変動のモデル化に依存する。貨幣経済学の範疇では物価変動は極めて単純な確率過程によって記述されることが多い。しかしながらそのような状況下では、貨幣の価格を資産価格として捉え、物価連動債を価格付けする作業には不十分である。そこで、Money-in-the-utility モデルを用いて貨幣を一種の資産とみなしてその価格変動から物価変動をモデル化し、最適ポートフォリオ構築に与える効果を考察することを目指す。

2点目の企業倒産に関する意思決定では、企業倒産の構造モデルを再検討する。特に意思決定者にとって確率測度が一意に定まらない状況が、企業倒産の決定に及ぼす影響をあいまいさ（ナイトの不確実性）とリスク測度の観点から考察する。

## 3. 研究の方法

貨幣経済の均衡における物価連動債価格と最適ポートフォリオについて理論的研究を行う。研究結果や議論の方向性について、国内外での学会や研究集会に参加し他の研究者と積極的に意見交換を行いモデルの改善等を図る。

企業倒産に関する意思決定に関しては、初到達時刻を用いた従来の議論を測度変換を用いてより柔軟な設定でも適用できるように拡張する。確率的挙動をする金利モデルを組み入れた企業倒産の構造モデルを構築する。また、あいまいさ（ナイトの不確実性）とリスク測度の対応について議論を整理し、リアルオプションアプローチへの応用を図る。

## 4. 研究成果

未刊行論文 Tanaka (2007) “Asset allocation under inflation of two goods” では、消費財と耐久財の複数の財から構成されるバスケットにした場合のポートフォリオ選択問題の考察をしている。ファイナンス

分野における既存研究では、物価指標の構成は従来単一的であり、複数財のバスケットから構成される物価指数のモデル化は成されていない。2財の価格変動の間の相関に起因する、投資家の株式投資比率の問題のみならず、耐久財が持つ資産としての側面を探求できる。

Tanaka (2008) “Dynamic Asset Allocation under Stochastic Interest Rate and Market Price of Risk” では、確率的に変動する金利とリスクの市場価格の環境下における最適ポートフォリオを求めた。その際に、金利モデルで用いられている手法を用いて、最適ポートフォリオの最適性に関する方程式を金利モデルに現れる方程式に置き換えることにより、見通しよく解を求めることを示した。これにより、本来、観測できない実質金利やリスクの市場価格を、観測できる証券価格等から推定し、その情報によって最適なポートフォリオを構築する手立てを得る可能性がある。そのポートフォリオには、物価連動債を含むことは可能なので、ポートフォリオ構築における物価連動債がもたらす情報の役割を追究することが可能である。

Ikeda and Tanaka (2008) “Preference Rate Induced by Risk Aversion” においては、確定的な消費に対しても心理等の理由により内的なゆらぎのために効用水準が不確実性になる、という設定のもとで内生的な時間割引率を導出した。効用水準を不確実にする要素として、心理的要素以外にも物価指数として解釈することも可能である。すなわち、効用を消費量ではなくその貨幣価値を基準とする、貨幣への幻想 (money illusion) を持った投資家の行動は、物価指数を内的なゆらぎと見る投資家の行動と同じである。内生的な時間割引率の導出をしたが、さらに議論を発展させて、インフレ連動債を導入した場合の結果、および、内的なゆらぎを確率測度の変換の観点から整理することが期待できる。

企業価値を表す確率過程の初到達時刻を用いた企業倒産の構造モデルについては、複数の状態変数がある場合でも、測度変換により十分解析可能な枠組みを考察した。また、あいまいさとリスク測度の対応については各種研究会・セミナーで報告した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

① Tanaka, K., Yamada, T. Watanabe, T.  
Applications of Gram-Charlier expansion  
and bond moments for pricing of interest  
rates and credit risk,  
Quantitative Finance, forthcoming 2010,  
査読有

② Kijima, M. Tanaka, K. Wong, T.  
Yield Spread Options under the DLG model  
Modelling Interest Rates, 2009, 43-71,  
査読無

③ Kijima, M. Tanaka, K. Wong, T.  
A Multi-Quality Model of Interest Rates  
Quantitative Finance, Vol.9 No.2, 133-145,  
2009, 査読有

④ Kijima, M., Suzuki, T., and Tanaka, K.,  
A Latent Process Model for the Pricing of  
Corporate Securities, Mathematical  
Methods of Operations Research, Vol.69  
No.3, 2009, 査読有.

⑤ Tanaka, K.  
Dynamic Asset Allocation under  
Stochastic Interest Rate and Market  
Price of Risk  
Research Paper Series,  
Tokyo Metropolitan University, No58,  
2008, 査読無

⑥ Tanaka, K.  
Remarks on Positive Interest Rate,  
大阪大学経済学 57 卷 4 号, 2008, 査読無

[学会発表] (計 12 件)

① Tanaka, K.  
Dynamic Asset Allocation under Stochastic

Interest Rate and Market Price of Risk  
15th International Conference  
Computing in Economics and Finance  
July 17, 2009, Sydney, Australia

② Tanaka, K.  
Dynamic Asset Allocation under Stochastic  
Interest Rate and Market Price of Risk  
ABR conference  
平成 21 年 1 月 5 日  
ホノルル (米国)

③ Tanaka, K.  
Dynamic Asset Allocation under Stochastic  
Interest Rate and Market Price of Risk  
7th International Conference of Numerical  
Analysis and Applied Mathematics  
September 21, 2009  
Crete, Greece

④ Ikeda, S. and Tanaka, K.  
Time Preference Induced by Risk Aversion  
Quantitative Methods in Finance 2008  
平成 20 年 1 2 月  
シドニー (オーストラリア)

⑤ Tanaka, K.  
Dynamic Asset Allocation under Stochastic  
Interest Rate and Market Price of Risk  
金融工学・数理計量ファイナンスの諸問題 2  
0 0 8  
平成 20 年 1 2 月 6 日 大阪大学

⑥ Ikeda, S. and Tanaka, K.  
Time Preference Induced by Risk Aversion  
2008 年度秋季大会  
平成 20 年 9 月 1 5 日 近畿大学

⑦ Ikeda, S. and Tanaka, K.  
Time Preference Induced by Risk Aversion  
Daiwa International Workshop on Financial  
Engineering 2008  
平成 20 年 8 月 5 日  
大手町サンケイプラザ

⑧ Tanaka, K.,  
A Multi-Quality Model of Interest Rates,  
Bachelier Finance Society 2008,

2008年7月15-19日, London, U.K.

⑨ Tanaka, K.,

A Multi-Quality Model of Interest Rates,  
International Workshop on Applied  
Probability, 2008年7月7-10日,  
Compiègne, France.

⑩ Tanaka, K.,

A Multi-Quality Model of Interest Rates,  
14th International Conference on  
Computing in Economics and Finance, 2008  
年6月25-27日, Paris, France.

⑪ Ikeda, S. and Tanaka, K.

Preference Rate Induced by Risk Aversion  
Macroeconomic Research Seminar  
平成20年2月29日 大阪大学

⑫ Tanaka, K.

Dynamic Asset Allocation under Stochastic  
Interest Rate and Market Price of Risk  
ファイナンスと計量経済学の最近の発展  
平成20年2月14日 琉球大学

[図書] (計 1 件)

- ① 木島正明, 田中敬一, 資産の価格付けと  
測度変換, 2007, 朝倉書店.

[その他]

ホームページ等

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

田中 敬一 (TANAKA, Keiichi)

首都大学東京・大学院社会科学部研究科・教授

研究者番号: 00381442

### (2) 研究分担者

なし

### (3) 連携研究者

なし