

平成 22 年 5 月 10 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2009

課題番号：19530782

研究課題名（和文） 比例的推論の進展を促す数学的表記の探求による授業の開発と評価

研究課題名（英文） Development and evaluation of mathematics lessons by exploring mathematical notations that foster proportional reasoning

研究代表者 日野 圭子（HINO KEIKO）

宇都宮大学・教育学部・准教授

研究者番号：70372143

研究成果の概要（和文）：

本研究では、比例に関する数学的表記についての子どもの意味づけを捉え、指導上の提案を行った。表・式・グラフに対する子どもの意味づけからは、難しさとともに、子どもにとっては表が馴染み深く、他の表現様式の意味づけの足場となっている様子が見られた。また、授業の中で子どもが表記を見直したり、振り返ったりする上では、他者とのやりとりが重要であることを再確認した。得られた結果をもとに、子どもが表記との相互作用を活発に行うようになるための学習環境を考察した。

研究成果の概要（英文）：

In this study, I analyzed student's construction of meaning to mathematical notations with respect to proportion and explored the situations that foster their proportional reasoning. Results showed students' difficulties in developing appropriate meanings to tables, formulas and graphs for proportion. On the other hand, students were more familiar with tables compared with formulas and graphs and their use of tables functioned as scaffolding to construct meanings to other expressions. Results also showed the significance of situations in which students communicate each other through self-developed notations as medium. Based on the results, I made implications for lessons in which students interact positively with their mathematical notations.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,400,000	420,000	1,820,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
総計	3,100,000	930,000	4,030,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教科教育学・各教科の教育（算数・数学）

キーワード：比例的推論，数学的表記，比と比例，授業分析

1. 研究開始当初の背景

比例の考えは、日常生活で使われるだけでなく、科学の分野での重要性、進んだ数学を理解する支柱としての重要性などから、その指導は数学教育における大きな関心事である。一方、こうした考えを学ぶ学習者に眼を転じると、子どもは幼い時分から、素朴ながらも2量の変化に対する推理を行っていることが知られている。

子どもは学校での指導を通して、素朴な推理をより逞しいものに変容させていると考えられる。このことに関連して、授業では、比例に関わる様々な数学的表記が導入されたり扱われたりする。研究代表者は、この変容の過程に関心を持ち、授業で教えられる数学的表記への子どもなりの意味づけと、彼らの比例の考えの変容との関わりを捉えるモデルを構築してきた。

モデルは、少数の事例の詳細な考察から構築されており、事例研究という研究方法論からも、より多くの事例を通して修正をしていくことが必要である。また、モデルの中核となる「数学的表記に対する意味を子どもが見直す文脈」については、その実現が必ずしも容易ではない現状がある。子どもが、自分なりに生み出したり意味づけを行ったりした表記を見直し、修正していくことは、授業のどこでどのように生じるのかという問題の検討が必要となっている。

このような背景・動機から、本研究はスタートした。

2. 研究の目的

本研究の目的は、比例に関する幾つかの数学的表記について、子どもの意味づけの様子を捉え、子どもの比例の考えを進展させるような数学的表記との関わりを実現することを目指して、指導上の提案を行うことである。

特に、次の3つの研究問題について探究を行い、指導への示唆を考察する。

<問1> 子どもは、授業の中で、数学的表記やその意味を、いつどのように見直しているのだろうか。

<問2> 子どもは、比例の式(○や□を使って表された式)に、どのような意味づけを与えているのだろうか。

<問3> 子どもは、授業の中で、比例の表、式(xやyを使って表された式)、グラフに対してどのような意味づけを与えているのだろうか。

3. 研究の方法

(1) 数学的表記、及び、関数/比例に関する近年の研究の一部を整理する。

- 数学的表記の学習について、近年の日本の研究では何が考察されているか。
- 関数や比例の概念の発達について、どのようなことが分かっているか。関連して、数学的表記の学習については何が考察されているか。
- 小学校と中学校の接続という点からはどうだろうか。

(2) 研究問題に即して、データの収集と分析を行い、得られた結果を整理する。

- 問1について：小6「単位量あたりの大きさ」の授業を対象として、児童が数学的表記やその意味を、いつどのように見直しているかを分析する。
- 問2について：中1「比例」を学習する前の中学生に対して、比例の式(○や□を使って表された式)の扱いを調べるアンケート調査を行う。
- 問3について：中1「比例」の授業を対象として、生徒が、比例の表、式(xやyを使って表された式)、グラフに、どのような意味づけを与えているかを分析する。

(3) 得られた結果をもとに、子どもの比例の考えを進展させるような数学的表記との関わりについて、指導上の提案を行う。

4. 研究成果

(1) 先行研究のレビューを通して、本研究を進めるに当たっての視点を得た。

① 言葉の役割や機能によりいっそう注目する必要がある。

② 関数の考えの発達の捉え方には、操作と対象の2つの視点に注目するもの、関数的性質の意識化に注目するもの等がある。

③ 関数の考えの進展を促す手立ての視点として、言語的水準を引き上げる、比較の機会を豊かに設ける等がある。

④ 関数の考えを個人的な能力として捉えるよりも、数学的実践として捉える必要がある。

(2) 研究の問1に対して、小6「単位量あたりの大きさ」の授業を対象とする2つの事例研究から、次のことが分かった。

① 児童が表記を問題にした場面は「説明する場面」「考えの根拠が不安定な場面」「考えを求める場面」「考えを理解しようとする場面」に整理できた。また、児童の比例的推論が進展していくにあたっては、児童が自分にとって意味のあるアイデアや手続きを、手ごたえを得ながら繰り返し表記し、それらを徐々に意識していくかどうかが大きかった。

② 「友達に説明する場面」と「友達の解法を解釈する場面」を取り入れた授業で、子どもの感じ方や振り返りの様子を更に捉えた。「説明」の場面では、児童が絵や図を描き始めるとともに、自分の推論を整理したり、補強したりしていた。「解釈」する場面では、自分と違う考えや答を知って、混乱している児童が少なくなかった。その不安定な状況で、児童は友達の考えを批判し、自分の考えを見直したり、新たな視点に気づいたりしていた。

(3) 研究の間2に対して、中1生徒へのアンケートを行い、次の結果を得た。

① 異なる表現様式における生徒の式の扱いから、移行期の生徒の、比例定数の捉え方として、「具体的事象とはあまり結びついていない」「扱う式のかたちに影響されている」「2量の間の不変的な関係を表すというよりは、特定の2つの量の間の関係を表すものとして捉えている」「2量の関係よりも、一方の量と同一されている」といった特徴がみられた。生徒においては、関数の操作的な考えが優勢であった。

(4) 研究の間3に対して、中1「比例」の授業でフィールドワークを行い、次の結果を得た。

① 生徒全員に対する事前調査からは、(3)①で述べたような点が、再度確認された。操作的な考えが見られる生徒の中から、注目生徒として3名を選出した。

② 授業で教師が異なる表現様式をどのように扱っているかを整理し、5つのパターンを得た：「問題場面から幾つかの表現が発表される」「表を中心に、他の表現を扱う」「表と式のつながりを扱う」「表を介在して式からグラフを描く」「式とグラフのつながりを扱う」。

③ 3名の注目生徒の授業中の活動を観察し、生徒の表、式、グラフの扱い方に、「数学的表記の内化」の3相がどのように現われているかを考察した。そして、3相の現われ方が、表、式、グラフで等しくはないこと、

また、3名の中でも違いが見られることが分かった。特に、表の扱いが、式、グラフに比べて進んでおり、表は、式やグラフの意味づけを進める上での足場として機能しているようであった。その一方、式やグラフの意味づけでは、相1（初期の使用）がしばしばみられるなど、なかなか進んでおらず、生徒による個人差が大きかった。各生徒に対して、特徴的な捉え方や、難しさを生み出している要因について、考察を行った。

(5) 得られた結果をもとに、子どもの比例の考えを進展させるような数学的表記との関わりについて、次のような指導上の提案と今後の課題の明確化を行った。

① 子どもがかく数学的表記から、その子どもの現時点での比例の考えを見取り、そこにはたらきかけていく必要がある。そのために、まず、教師は子どもの表記、そして、子どもの比例の考えを受容していく必要がある。

② 子どもと数学的表記との相互作用が促されるような学習環境を作る必要がある。そのためには、授業の中に他者との議論の場、正当化や論駁の機会を取り入れることが必要である。（ここでは省略するが、より具体的に、「比例」の授業でそうした機会をどう取り入れることができるかを、結果をもとに、考察した。）

③ 今後の課題として、「中学校へ更に視点を向ける必要があること」と「子どものデータの蓄積による、教師を対象としたDVD教材の作成」を挙げた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計9件)

① 日野圭子. (2009). 中学校比例の授業での生徒の表・式・グラフの内化の様相：表に焦点をあてて. 第42回数学教育論文発表会論文集, 505-510, 査読有

② 日野圭子. (2009). 子どもの授業中の問題解決における他者の影響. 宇都宮大学教育学部教育実践総合センター紀要, 32, 61-70, 査読無

③ 日野圭子. (2009). コミュニケーション手段の創造と修正：数学的コミュニケーションにおける学習の側面を考える. 第42回数学教育論文発表会論文集, 課題別分科会, 82-87, 査読無

- ④日野圭子. (2008). 指導を介しての比例的推論の発達に関する一考察：1年を通しての比例の問題に対する児童のアプローチの変化. 筑波数学教育研究, 27, 1-10, 査読有
- ⑤日野圭子. (2008). 数学的表記の内化を促す文脈についての一考察. 日本数学教育学会誌, 90(4), 33-44, 査読有
- ⑥日野圭子. (2008). 一次関数の授業でみられた「操作的な考え」について：The Learner's Perspective Study 日本データの分析から. 第41回数学教育論文発表会論文集, 447-452, 査読有
- ⑦日野圭子. (2008). 発達の途上にある生徒の関数的見方・考え方を大切に. 日本数学教育学会誌, 90(9), 39-45, 査読無
- ⑧Hino Keiko. (2007). Studying lesson structure from the perspective of meaning construction: The case of two Japanese mathematics classrooms. Proceedings of the 29th PME Conference, vol. 3, 25-32, 査読有
- ⑨ Hino Keiko. (2007). Toward the problem-centered classroom: Trends in mathematical problem solving in Japan. ZDM Mathematics Education, 39, 503-514, 査読有

[学会発表] (計2件)

- ① Hino Keiko. (2009-6). Coherence in student's construction of mathematical meanings: Glimpses from three Japanese classrooms. On-Line Proceedings of 3rd Redesigning Pedagogy International Conference, National Institute of Education, Singapore.
- ②日野圭子. (2008-6). 異なる表現様式における生徒の比例の式の扱い：「比例」指導前の中1生徒への筆記調査から. 全国数学教育学会第28回研究発表会資料, 広島大学.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

日野 圭子 (HINO KEIKO)

宇都宮大学・教育学部・准教授

研究者番号：70372143