

平成 22 年 3 月 31 日現在

研究種目：基盤研究 (C)  
 研究期間：2007～2009  
 課題番号：19530826  
 研究課題名 (和文) 社会的相互作用に基づく数学的意味の構成に関する認識論的・記号論的研究  
 研究課題名 (英文) Epistemological and semiotic research on construction of mathematical meaning based on social interaction  
 研究代表者  
 山口 武志 (YAMAGUCHI TAKESHI)  
 広島大学・大学院教育学研究科・准教授  
 研究者番号：60239895

研究成果の概要 (和文) : 社会的構成主義を基盤とする Dörfler の一般化モデルを社会文化主義の視座から理論的に補完することによって, 算数・数学の授業における社会的相互作用に関する理論的枠組みを構築した。また, その理論的枠組みに基づいて, 小学校第 4 学年におけるわり算に関する教授・学習の課題を指摘し, 授業の改善について検討した。

研究成果の概要 (英文) : In this research, Dörfler's generalization model based on the social constructivism was supplemented theoretically from the socio-cultural perspective. Then we proposed the theoretical framework for the social interaction process in mathematical class. Furthermore we pointed out issues of teaching and learning of division with natural numbers at the fourth grade in the elementary level and considered the improvement of mathematical class of this topic.

## 交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	800,000	240,000	1,040,000
2008年度	500,000	150,000	650,000
2009年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	1,900,000	570,000	2,470,000

研究分野：数学教育

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：社会的相互作用, 数学的意味

## 1. 研究開始当初の背景

## (1) 実践的課題

今日, 算数・数学の多くの授業では, 主体的な学習の実現のために, 子どもたちの多様な考え方に基づく「社会的相互作用(social interaction)」の過程が重視されている。社会

的相互作用の過程では, 子どもたちの様々な考えの類似点や相違点は勿論のこと, 一般性や汎用性, 簡潔性などの視座から, 子どもたちの様々な考えの比較, 検討がなされることになる。近年, 算数・数学教育では, 「社会的相互作用」の他にも, 「練り上げ」や「コ

コミュニケーション」などといった関連する用語が実践において強調されている。その背景には、数学的意味の構成や数学的な考え方の育成にとって、社会的相互作用が必要不可欠であるとの認識がある、と考えられる。

しかしながら、実際の授業では、問題解決学習の文脈のもとで、社会的相互作用の過程が形式化し、その結果、子どもたちの多様な考えを十分に生かすことができないまま、教師側から知識を一方的に押しつけてしまう場合も少なくない。また、教師自身もこのような問題点を意識しながらも、日々の実践において、子どもたちの主体的学習と数学的知識の客観性との間でジレンマを感じていることも従来から指摘されている。

日々の授業に潜在するこうした実践的課題を本質的に解決するためには、単なる指導方法に関する考察や改善にとどまるのではなく、数学的意味の構成に果たす社会的相互作用の役割に関する認識論的考察をふまえながら、子どもたちの多様な考えに基づく教授・学習の理論的基盤を構築することがきわめて重要である、と考える。さらに、こうした理論的視座から、教師教育の充実を図っていくことも重要である。

## (2)理論的課題

上述の実践的課題に深く関連する数学教育の理論的研究としては、次の2つがあげられる。

### ①構成主義、相互作用主義、社会文化主義に関する研究

第1は、1980年代以降から注目されている「構成主義(constructivism)」の台頭とその後の展開である。「構成主義」をめぐる展開で常に議論になった点の1つは、「知識の客観性」のとらえ方であった。数学的知識の客観性を否定した「急進的(radical)構成主義」は、その知識観の過激さ故に批判されることになる。一方、その批判に応える形で台頭した「社会的(social)構成主義」では、社会的相互作用に基づく「意味の協定」という概念を導入することによって、理論的基盤の補完を行ったことになる。急進的構成主義の考察の対象が、あくまで「個」の知識構成に限定されていたのに対し、社会的構成主義では、その対象が「教室共同体」へと拡張され、他者とのかかわりの中での個人の意味構成が問題とされた。しかしながら、構成主義は、あくまで「個」の知識構成に関する認識論であって、集団の役割や継承されてきた文化の役割という要因は、その哲学の射程にはもともと収められてはいない。したがって、教室集団を背景に展開される「主観的認識から客観的認識への変

容過程」について、構成主義は十分な理論的説明を与えていないことになる。

こうした構成主義の課題について、アメリカのCobbらを中心とする数学教育研究者は、構成主義を相互作用主義(interactionism)や社会文化主義(sociocultural view)によって補完することを提案している。相互作用主義は、Mead理論に基づきながら、人間の相互作用の中からの新たな意味の創発(emergence)を主張する認識論である。また、社会文化主義では、数学的思考における数式や言語といった心理的道具の役割が重視される。相互作用主義や社会文化主義との協応は、構成主義の理論的課題を克服する試みであるが、これらの研究の主たる関心は数学的知識の認識論的考察であり、実際の授業を設計するための理論的枠組みの構築については、今後の研究課題となっている。

### ②数学的一般化に関する研究

数学では、一般化によって思考の効率化を図るとともに、数学的内容の普遍性、一般性を保証している。それ故、一般化は抽象化とともに、数学的思考の本質であるといえる。そして、多くの場合、数学的一般化は、文字式などの記号によって達成される。本研究において数学的一般化に注目する理由は、主観的認識から客観的認識への変容過程の本質は、数学的には、一般化を志向する文脈で展開される、と考えるからである。さらに、実際の授業においては、主観的認識から客観的認識への変容あるいは一般化は、社会的相互作用という触媒によって進行する、と考えられる。

数学的一般化について、記号を媒介としながら、主観的認識と客観的認識の接続を理論化した研究者が、オーストリアのDörflerである。氏の提唱する一般化は、「構成的抽象」と「記号の対象化」に続く一般化の2つのパートから構成されている(後述の図1を参照)。前者は、いわば個の知識構成の過程に対応するのに対し、後者では、個の知識の一般性、普遍性が確認され、他者とのかかわりの中で、個の知識の客観化がなされる。また、氏は、一般化に果たす記号の役割を重視しており、このことは、モデルにおいても「記号の対象化」として反映されている。その意味で、Dörflerの一般化モデルでは、「記号の対象化」を前後して、主観と客観の接続が図られていることになる。

しかしながら、Dörflerの一般化モデルは、一般化を構成する各分節を継時的にモデル化したものであって、主観から客観への変容のメカニズムを示したものではない。換言すれば、社会的相互作用に基づく主観と客観の接

続の様相はモデルの背景に埋め込まれたままであり、課題として残されている。

## 2. 研究の目的

1. で述べた実践的課題および理論的課題を意識しながら、本研究では、「社会的相互作用」と「数学的一般化」という2つのキーワードに注目しながら、算数・数学学習における「主観的認識から客観的認識への変容過程」を認識論的かつ記号論的に分析するための理論的枠組みを構築することを目的とした。

また、その理論的枠組みに基づいて、社会的相互作用を主軸とした算数・数学の授業のあり方を検討し、多様な考えに基づく算数・数学学習への実践的示唆を得ることを目的とした。こうした視座から、次の2点を具体的な目的とした。

(1)主観的認識から客観的認識への変容過程を分析するための理論的枠組みの構築

本研究では、後述するDörflerの一般化モデルをもとにしながら、「記号の対象化」を前後して展開される「主観的認識と客観的認識の接続」を分析するための理論的枠組みの構築を目的とした。この理論的枠組みの構築にあたっては、上述のように、認識論的問題の考察も含まれるため、構成主義、相互作用主義、社会文化主義の各認識論の考察や3つの認識論の協応についても、あわせて考察を進めた。

(2)理論的枠組みに基づく授業のあり方の検討

(1)で述べた理論的枠組みをもとにしながら、社会的相互作用の視座から具体的な教材の教授・学習の考察を実証的な目的とした。

なお、前述のように、構成主義の台頭とともに、数学教育の研究では、社会的相互作用に関する研究が活発に展開されている。しかし、これまでの多くの研究は、一般的なコミュニケーション論を援用しながら、教室集団内で展開される社会的相互作用のパターンあるいは機能を指摘したものであり、数学学習に固有の社会的相互作用の特徴や機能を十分解明するには至っていない。本研究の意義や独創性は、「一般化」という数学の本性を中心に据えた上で、算数・数学学習における社会的相互作用の役割を「主観と客観の接続」にあると捉え、社会的相互作用の本質の解明にアプローチしようとした点にある。そして、本研究によって、冒頭で述べた実践的課題に対する具体的な提言が可能になる、と考えた。

## 3. 研究の方法

理論的研究としては、構成主義、相互作用主義、社会文化主義の各認識論における社会

的相互作用のとらえ方などについて、主として文献解釈的手法によって明確にすることとした。そして、Dörflerの一般化モデル(図1)における「記号の対象化」から「内包的一般化」に至る過程について、社会文化主義の視座から補完することを理論的に検討した。

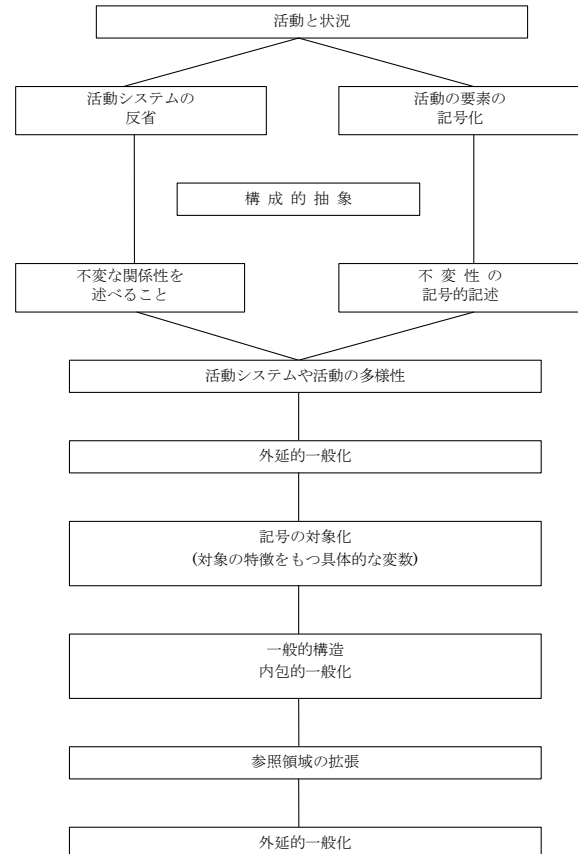


図1 Dörflerの一般化モデル

一方、実践的研究としては、具体的な教材を取りあげた上で、社会的相互作用の視座から、当該の教材の教授・学習の課題を明確にするとともに、その課題を克服するための方策について検討するという方法をとった。

## 4. 研究成果

(1)社会的相互作用に関する記号論的考察として、Steinbringの「認識論的三角形」をはじめ、CobbやPresmegらが提唱している「意味の連鎖(chaining of signification)」に関する研究、さらには、PeirceやHusserlの研究に基づきながら、数学学習に関する記号論的分析を進めているRadfordの研究などに注目した上で、社会的相互作用の過程に関する記号論的考察を行った。

(2)数学的意味の構成に関する認識論的考察として、構成主義、相互作用主義、社会文化主義の3つの認識論における知識観や、数学

的意味の構成に果たす社会的相互作用の位置づけなどを比較検討した。

(3)Dörflerの一般化モデルについて、社会的相互作用の視座から理論的補完を行った。具体的には、「記号の対象化」の段階を社会文化主義の視座から理論的に補完することの必要性を指摘した。

(4)社会的相互作用に関する理論的考察として、オランダのGravemeijerらが提唱している「実際の数学教育」(realistic mathematics education)の理論及びその実践に注目した。具体的には、実際の数学教育の理論的基盤である「数学化」や「数学的モデル化」、さらには、「model of」, 「model for」の考え方を検討しながら、社会的相互作用に関する記号論的考察を行った。

(5) Dörflerの一般化モデルについて、社会的相互作用の視座からの理論的精緻化について検討した。具体的には、社会文化主義理論で重視されている「文化的道具」の視点から、Dörflerの一般化モデルが依拠する認識論である「社会的構成主義」の限界を指摘した。また、その限界をふまえつつ、「実際の数学教育」における「自己発達モデル」という視座から、Dörflerの一般化モデルの理論的補完の可能性について検討した。

(6)実践的視座から、算数・数学の授業における社会的相互作用の役割や機能を考察した。具体的には、新しい算数・数学科学学習指導要領において強調されている「算数・数学的活動」に注目しながら、「算数・数学的活動」と社会的相互作用の相互関係という視点から、社会的相互作用を活かした算数・数学の授業のあり方について、実践的な視座から考察を行った。考察の結果、算数・数学の授業づくりのポイントとして、次のような指摘を行った。つまり、活動主義や構成主義において主張されるように、数学は、本来、人間の活動性の所産といえる。しかし、個人的な活動を源とする数学的意味は主観的な性格を有する場合が多い。そのため、活動から導かれた主観的な意味を教室集団において社会的に再構成し、共有された意味に洗練していくことが教授・学習の重要な目的であり要になる。その意味で、社会的相互作用は、「算数・数学的活動」に基づいて構成された主観的な数学的意味を、教室集団において協定され合意された客観的な数学的意味に転換するという重要な役割と意義を担っていることになる。したがって、このような視座からの算数・数学の授業の充実を図っていくことが重要であることを指摘した。

(7)(6)の内容をふまえながら、特定の教材に関

する教授・学習モデルを検討した。具体的には、Gravemeijerらの先行研究をもとに、小学校の「わり算の筆算」の指導について検討した。検討の結果、社会的相互作用を活かしながら、わり算の意味の形成とわり算の筆算形式との接続に配慮することの重要性を指摘した。

(8)新しい算数・数学科学学習指導要領においては、「算数・数学的活動」の充実という趣旨の下、数学的コミュニケーション能力や数学的表現力の育成が重視されている。こうした改訂の方針は、本研究とも密接な関係がある。そのため、本研究では、新しい算数・数学科学学習に関する改訂の背景とともに、新しい算数・数学科学学習指導要領の特徴を考察した。考察の結果、具体的には、次のような指摘を行った。

21世紀の時代は社会構造の変化に富む「知識基盤社会」といわれる。グローバル化の進む知識基盤社会では、知識や情報や技術が日々更新される。そのため、知識基盤社会を生き抜くためには幅広い知識と柔軟な思考力が重要になる、といわれている。教育はその時代や社会を背景とする合目的な営為であるから、必然的に今日的な課題に鋭敏にならざるをえない。その意味で、今日の知識基盤社会は、「生きる力」や「リテラシー」の育成を教育に求めているといえる。

こうした認識の下、新しい教育課程の特徴を「知識基盤社会において求められる学力を育成する教育課程」ととらえた上で、新しい算数・数学科学学習指導要領では、「スパイラルによる教育課程の編成」、「活用力の育成」、「数学的な思考力や表現力の育成」、「数学を学ぶ意義や有用性の感得」、「数学的活動の充実」がポイントであることを指摘し、各々について考察した。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

- ① 山口武志, 新しい算数・数学科学学習指導要領に関する比較教育的視座からの考察, 第42回数学教育論文発表会「課題別分科会」発表集録, 査読無, 巻なし, 2009, pp. 14-19.
- ② 山口武志, 算数・数学的活動を基盤とする数学的意味の社会的構成, 学校教育, 査読無, No.1105, 2009, pp.12-17.
- ③ 山口武志, 知識基盤社会において求められる学力と新教育課程—新しい数学科学学習指導要領の検討—, 日本数学教育学

会誌・数学教育, 査読無, 第 90 卷・第 5 号, 2008, pp. 29-36.

[学会発表] (計 1 件)

- ① 岩崎秀樹, 山口武志, 比例的推論に基づく分数除の教授・学習に関する批判的検討, 日本数学教育学会・第 41 回数学教育論文発表会, 2008 年 11 月 1 日, 筑波大学 (つくば市).

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

山口 武志 (YAMAGUCHI TAKESHI)  
広島大学・大学院教育学研究科・准教授  
研究者番号: 6 0 2 3 9 8 9 5

### (2) 研究分担者

岩崎 秀樹 (IWASAKI HIDEKI)  
(平成 19, 20 年度)  
広島大学・大学院教育学研究科・教授  
研究者番号: 5 0 1 1 6 5 3 9

### (3) 連携研究者

( )

研究者番号: