

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2010

課題番号：19540010

研究課題名（和文）  $p$  進微分方程式の数論への応用研究課題名（英文） Applications of  $p$ -adic differential equations to number theory

研究代表者

松田 茂樹 (MATSUDA SHIGEKI)

千葉大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：90272301

研究代表者の専門分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：数論

## 1. 研究計画の概要

(1) 剰余体が正標数の閉体上の多変数の中級数体であるような正標数の完備離散付値体の上の  $p$  進微分加群でガロア表現から来るものについてのフィルトレーションには、Kedlaya が定義したもの、ガロア側で Abbes と斎藤によって定義されたもの、筆者が Christol-Mebkhout のフィルトレーションを高次元化することで定義したものなどがある。それらを比較することで、より精密なフィルトレーションの性質を研究する。

(2) 上と同じ状況で、ガロア表現に対して定義された精密化されたスワン導手と、数論的  $D$  加群に対して Berthelot が定義した特性多様体を比較することで、より深い数論的な性質を研究する。

(3) 剰余体が完全体であるような正標数の完備離散付値体の  $p$  進微分加群は、筆者が証明した Katz-Gabber 対応の類似によって、大域体の  $p$  進微分加群に延長できることがわかるが、フロベニウス構造の延長については一部未解決な部分が残っている。それを研究することで、 $p$  進局所定数の理論などへの応用を試みる。

## 2. 研究の進捗状況

(1) 剰余体が正標数の閉体上の多変数の中級数体であるような正標数の完備離散付値体の上の  $p$  進微分加群でガロア表現から来るものについてのフィルトレーションについてだが、Abbes と斎藤のフィルトレーションと、筆者によるフィルトレーションの比

較の問題については、ブローアップの制御の部分を除けばほぼ解決できているが、その部分が予想よりも難しく解決には到っていない。また本研究の開始後、Xiao による類似の問題についてのプレプリントが出た。彼は Kedlaya の定義したフィルトレーションと Abbes と斎藤によるフィルトレーションの比較を行っており、それを利用することで Kedlaya のフィルトレーションとの比較も可能と思われるが、重要な箇所で議論が不足していると思われる部分があるため、こちらもまだ一致を確かめられてはいない。

(2) の具体的な表現についての特性多様体の具体例の計算は、ガロア拡大の構成、その標数  $0$  への持ち上げ、数論的な  $D$  加群の構成などにおいて、いくつかの興味深い例の構成ができつつある。

(3) 剰余体が完全であるような正標数の完備離散付値体の  $p$  進微分加群のフロベニウス構造の大局化の問題はあまり進んではないが、いくつかのアイデアを検証中である。

## 3. 現在までの達成度

④遅れている。

(理由)

ブローアップの制御の問題が予想よりも困難だったこと、および Xiao の論文の解説に時間を取られたこと。

## 4. 今後の研究の推進方策

(1) まず剰余体が正標数の閉体上の多変数の中級数体であるような正標数の完備離散付値体の上の  $p$  進微分加群でガロア表現か

ら来るものについての様々なフィルトレーションについての研究は、基本的にはこれまでに得られた部分的な結果をまとめることになる。ネックとなっているブローアップの性質を深く調べることと合わせて、微分作用素のなす環の位相的な性質の観点からフィルトレーションを整理しなおすことにより、ガロア表現側と微分方程式側のフィルトレーションをつなぐための空間の性質を見る。

(2) 具体例な  $p$  進微分加群、ないしは  $D$  加群の明示的な表示の構成の問題については、最近中川氏によって構成された正標数の離散付値体の拡大の標数零への持ち上げを利用することで、階数の高い表現についてもより具体的な例を求める。

(3) また  $p$  進微分加群のフロベニウス構造の大局化の問題については、局所的なフロベニウスの中によってある種の解空間の様子はどう変化するかを見ることで大局的なフロベニウスの存在を導くことを試みる。

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 0 件)

[学会発表] (計 1 件)

① 松田茂樹 Arithmetic  $D$ -module corresponding to rank one representations,  $p$ -adic method and its applications in arithmetic geometry at Sendai, 平成 20 年 11 月 7 日, 東北大学

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

[その他]