

機関番号：24402

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007～2010

課題番号：19540045

研究課題名（和文） 代数群の modular 表現

研究課題名（英文） Modular representation theory of algebraic groups

研究代表者

兼田 正治 (KANEDA MASAHARU)

大阪市立大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：60204575

研究成果の概要（和文）： $G$  を正標数の reductive 代数群， $P$  をその parabolic 部分群とし， $W$  を  $G$  の  $W_P$  を  $P$  の Weyl 群としよう。Ye Jiachen との共同研究により， $\text{rank} G$  が 2 以下の時，われわれは， $G/P$  上で Karoubian complete exceptional sequence を構成する coherent sheaves  $E_w$ ,  $w \in W/W_P$ , を  $G_{1P}$  の表現論を用いて実現した。 $G_1$  は  $G$  の Frobenius kernel。

研究成果の概要（英文）：Let  $G$  be a reductive algebraic group over a field of positive characteristic, and  $P$  a parabolic subgroup of  $G$  with the respective Weyl groups  $W$  and  $W_P$ . In joint work with Ye Jiachen we have constructed a Karoubian complete exceptional sequence of coherent sheaves  $E_w$ ,  $w \in W/W_P$ , on  $G/P$  in case  $G$  is of rank at most 2, using the representation theory of  $G_{1P}$ ,  $G_1$  the Frobenius kernel of  $G$ .

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
2009年度	800,000	240,000	1,040,000
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：表現論

## 1. 研究開始当初の背景

上記  $G/P$  の構造層の Frobenius direct image は，その endomorphism ring が  $G/P$  上の微分作用素の成す層と密接な関係にあり従来からその構造の解明に努めていた。

## 2. 研究の目的

上記  $G/P$  の構造層の Frobenius direct image の構造の解明。

## 3. 研究の方法

上記  $G/P$  の構造層の Frobenius direct image を  $G_{1P}$  の表現論を用いて調べる。

## 4. 研究成果

Ye jiachen との共同研究により， $G$  の rank が 2 以下の時に， $G/P$  上の Karoubian complete strongly exceptional sequence を構成した。これらは， $G_2$  型の時には未だ完全には確認できていないが，上記 Frobenius direct image 中に出現する。則ち， $G/P$  の構造層の Frobenius direct image は，trivial

P-module の  $G/P$  への誘導表現  $\hat{\nabla}_P(0)$  を層化して得られる。 $\hat{\nabla}_P(0)$  を  $G/P$ -module として見て、その socle series を考えると、各 socle layer の  $G/P$ -isotypic component は  $W/W_P$  で parametrize される。ここで  $W$  は  $G$  の Weyl 群、 $W_P$  は  $P$  の Weyl 群である。そこで各  $w \in W/W_P$  について、( $w$  の長さ)+1 の socle level にある  $w$  の isotypic component の重複度空間を層化するとそれらの直和成分から  $G/P$  上の Karoubian complete strongly exceptional sequence  $\{cE_w\}$  が構成できて、 $\text{mod}_{G/P}(\{cE_x, cE_y\}) \neq 0$  iff  $x \geq y$  in the Chevalley Bruhat order となる。更に、これら  $\{cE_w\}$  は全て整数環上定義できているので、複素数体へ base change することによって複素数体上の  $G/P$  において Karoubian complete strongly exceptional sequence を与える。但し、 $G=2$  型の時は、Karoubian complete strongly exceptional sequence  $\{cE_w\}$  は具体的に構成出来たもののそれらが本当に  $w$  の長さ+1 の socle level にある  $w$  の isotypic component の重複度空間を層化したものになっているかどうかは未確認である。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 20 件)

- ① Andersen, H.H. and Kaneda M., Rigidity of tilting modules, 査読有, Moscow Math. J. (2011), no.1 (2011), 1-39
- ② Furusawa, M. and Martin, K., On central critical values of the degree four L-functions for  $Sp(4)$ : the fundamental lemma, II, 査読有, Amer. J. Math. 133 (2011), no. 1, 197–233
- ③ Yagita, N., Motivic cohomology of quadrics and the coniveau spectral sequence, 査読有, J. K-Theory 6 (2010), no. 3, 547–589
- ④ Yagita, N., Coniveau filtration of cohomology of groups, 査読有, Proc. Lond. Math. Soc. (3) 101 (2010), no. 1, 179–206
- ⑤ Inoue, K. and Yagita, N., The complex cobordism of BSO, 査読有, Kyoto J. Math. 50 (2010), no. 2, 307–324
- ⑥ Kameko, Masaki; Yagita, Nobuaki Chern subrings, 査読有, Proc. Amer. Math. Soc. 138 (2010), no. 1, 367–373
- ⑦ Kaneda, M., On the structure of parabolic Humphreys-Verma modules, 査読有, RIMS K\{o\}ky\{u\}roku Bessatsu (2009), 117-123
- ⑧ Kaneda, M., The structure of

Humphreys-Verma modules for projective spaces, 査読有, J. Alg. (2009), 237-244

- ⑨ Tanisaki, T., Masaki Kashiwara and representation theory, 査読有, Algebraic analysis and around, 11–18, Adv. Stud. Pure Math., 54, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2009.
- ⑩ Tezuka, M. and Yagita, N., On the continuous cohomology groups of the  $2 \times 2$  special linear group over  $l$ -adic integers, 査読有, Ryukyu Math. J. 22 (2009), 119–170
- ⑪ Kawata, S., On Auslander-Reiten components and trivial source lattices for integral group rings, 査読有, J. Algebra 322 (2009), no. 4, 1395–1405
- ⑫ Kaneda M., Kapranov's tilting sheaf on the Grassmannian in positive characteristic, 査読有, Alg. Repr. Th. (2008), 347-354
- ⑬ Yagita, N., Chow rings of excellent quadrics, 査読有, J. Pure Appl. Algebra 212 (2008), no. 11, 2440–2449
- ⑭ Kameko, M. and Yagita, N., The Brown-Peterson cohomology of the classifying spaces of the projective unitary groups  $PU(p)$  and exceptional Lie groups, 査読有, Trans. Amer. Math. Soc. 360 (2008), no. 5, 2265–2284
- ⑮ Asashiba, H., Domestic canonical algebras and simple Lie algebras, 査読有, Math. Z. 259 (2008), no. 4, 713–754
- ⑯ Kaneda M. and Ye, J., Equivariant localization of  $\mathbb{Z}$ -modules on the flag variety of the symplectic group of degree 4, 査読有, J. Alg. (2007), 236-281
- ⑰ Yagita, N., Stable splitting and cohomology of  $p$ -local finite groups over the extraspecial  $p$ -group of order  $p^3$  and the exponent  $p$ , 査読有, Proceedings of the School and Conference in Algebraic Topology, 399–434, Geom. Topol. Monogr., 11, Geom. Topol. Publ., Coventry, 2007
- ⑱ Vishik, A. and Yagita, N., Algebraic cobordisms of a Pfister quadric, 査読有, J. Lond. Math. Soc. (2) 76 (2007), no. 3, 586–604
- ⑲ Kamiyama, Y. and Tezuka, M., The Chow ring of the moduli space of bundles on  $P^2$  with charge 1, 査読有, J. Math. Kyoto Univ. 47 (2007), no. 3, 565–577
- ⑳ Hashimoto, Y., A short proof of Morley's theorem, 査読有, Elem. Math. 62 (2007), no. 3, 121

〔学会発表〕(計 20 件)

- ① Andersen, H.H. and Kaneda M., Nonstandard cohomology vanishing of line bundles on the flag variety, 稚内代数群セミナー, 稚内北星学園大学, 2011/2/21
- ② Kaneda M., Some observations on the structure of  $F_*\mathcal{O}_{G/P}$ , 第 10 回名古屋国際数学コンファレンス Representation Theory of Algebraic Groups and Quantum Groups, 2010/8/6, 名古屋大学
- ③ Kaneda M., Representation theory of  $F_*\mathcal{O}_{G/P}$ , 2010/3/24 Algebra Seminar, Aarhus Universitet
- ④ Tanisaki, T., Symplectic manifolds arising from quantized enveloping algebras, The 5th International Conference on Representation Theory, Xian, China, 2010.8.9-14 (8.11)
- ⑤ 河田成人, 群環における Auslander-Reiten 成分とトレース写像が分裂する加群について, 2010 年度日本数学会秋季総合分科会, 2010 年 9 月 22 日, 名古屋大学
- ⑥ Kaneda M., Quadrics, 2009/11/19 可換環論 seminar, 名古屋大学多元数理科学研究科
- ⑦ Kaneda M., Projective spaces, 2009/11/18 可換環論 seminar, 名古屋大学多元数理科学研究科
- ⑧ Kaneda M., Representation theory of  $F_*\mathcal{O}_{G/P}$ , 2009/11/18 談話会, 名古屋大学多元数理科学研究科
- ⑨ Kaneda M., On the structure of the Frobenius direct image of the structure sheaf of  $G/P$ , 2009/5/7 Séminaire de géométrie algébrique, IRMAR (bâtiment 22), Université de Rennes 1, Campus de Beaulieu
- ⑩ 河田成人, 群環の自明なソースを持つ加群と Auslander-Reiten quivers, 2009 年度日本数学会秋季総合分科会, 2009 年 9 月 27 日, 大阪大学
- ⑪ 河田成人, Auslander-Reiten components and trivial source modules for integral group rings, 表現論セミナー, 2009 年 2 月 21 日, 信州大学
- ⑫ Kaneda M., Representation Theory of Quadrics II, 2008/11/24 Fudan University

- ⑬ Kaneda M., On the Frobenius direct image of the structure sheaf of projective homogeneous varieties, 2008/11/21 Yangzhou University
- ⑭ Kaneda M., Representation Theory of Quadrics I, 2008/11/19 Tongji University
- ⑮ Kaneda M., On the  $G_1T$ -structure of parabolically induced modules, 2008/11/18 East China Normal University
- ⑯ Shigeto K., On Auslander-Reiten components of type A-infinity for integral group rings, Algebra Seminar, 2008 年 12 月 17 日, 大阪府立大学
- ⑰ Kaneda M., On complete exceptional sequences of coherent sheaves on homogeneous projective varieties, 表現論 seminar, 2007/12/18, 数理解析研究所
- ⑱ Kaneda M., On the structure of parabolic Humphreys-Verma modules, 組合せ的表現論の拡がり, 2007/10/25, 数理解析研究所
- ⑲ Kaneda M., Kapranov's tilting sheaf on the Grassmannian revisited, 第 10 回代数群と量子群の表現論研究集会, 上智大学軽井沢セミナーハウス, 2007/6/2
- ⑳ Shigeto K., Heller lattices and Auslander-Reiten quivers for integral group rings, XII International Conference on Representation Theory and Algebras (第 12 回多元環の表現論国際会議), 2007 年 8 月 23 日, Nicolaus Copernicus University (ニコラウス・コペルニクス大学、トルン、ポーランド)

〔図書〕(計 1 件)

- ① Hotta R., Takeuchi K. and Tanisaki, T., D-modules, perverse sheaves, and representation theory. Translated from the 1995 Japanese edition by Takeuchi. Progress in Mathematics, 236. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 2008. xii+407

pp. ISBN: 978-0-8176-4363-8

6. 研究組織

(1) 研究代表者

兼田 正治 (KANEDA MASA HARU)  
大阪市立大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号：60204575

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

谷崎 俊之 (TANISAKI TOSHIYUKI)  
大阪市立大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号：70142916  
柳田 伸顕 (YAGITA NOBUAKI)  
茨城大学・教育学部・教授  
研究者番号：20130768  
手塚 康誠 (TEZUKA MICHISHIGE)  
琉球大学・理学部・教授  
研究者番号：20197784  
古澤 昌秋 (FURUSAWA MASA AKI)  
大阪市立大学・大学院理学研究科・教授  
研究者番号：50294525  
橋本 義武 (HASHIMOTO YOSHITAKE)  
東京都市大学・知識工学部・教授  
研究者番号：20271182  
河田 成人 (KAWATA SHIGETO)  
大阪市立大学・大学院理学研究科・准教授  
研究者番号：50195103  
浅芝 秀人 (ASASHIBA HIDETO)  
静岡大学・理学部・教授  
研究者番号：70175165

