

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2010

課題番号：19540052

研究課題名 (和文) 対称群が作用するゼロ次元ゴレンスタイン環

研究課題名 (英文)

0-dimensional Gorenstein algebras with an action of the symmetric group

研究代表者

渡辺 純三 (WATANABE JUNZO)

東海大学・理学部・教授

研究者番号：40022727

研究代表者の専門分野：可環代数

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：アルティン環、ゴレンスタイン環、強いレフシェッツ条件

## 1. 研究計画の概要

強いレフシェッツ条件を有するゴレンスタイン環に関する理解を深めることが本研究の目的である。完全交叉環では常にレフシェッツ条件が成立するものと予想できる。とりわけ、対称群が作用する完全交叉環は、ワイルの相互法則がそのまま使える場合があり、従って応用出来る様々の手段が開発されており、興味深い理論を建設することが可能である。

## 2. 研究の進捗状況

(1)埋蔵次元  $n$  のゼロ次元ゴレンスタイン環は、 $n$  次元  $r$  次形式と一対一に対応している。さらに、強いレフシェッツ第一条件は、その形式のヘシアンによって記述できる。このことから、ヘシアンが消える  $n$  変数  $r$  次形式を解明する必要があり、1876 年に発表された Gordan-Noether のヘシアンに関する論文を可環代数の立場から読み直している。これは、特殊な形の偏微分方程式の解を求める問題に帰着し、偏微分方程式の専門家の助言を求めている。この微分方程式は、山田浩氏によって、自己消滅型 (Self-vanishing system) と名付けられた。この解の解明と同時に、その微分方程式そのものが、一つの研究対象であり得る。ゴレンスタイン環の強いレフシェッツ条件を考えることにより、「高次ヘシアン」の定義が自然に導かれ、ある意味では強いレフシェッツ条件は、完全に解明されたといえる。

(2)一方、同次数のモノミアル完全交叉環は、 $n$  次元ベクトル空間の  $r$  次テンソル空間と見なすことができ、一般線形群と対称群が同時に相互交換子として作用する。ワイルの相

互法則はそのまま成立する。これは既に知られていたワイルの相互法則を、新しい立場から見直すことになり、既知の結果に、新しい意味を与えることが出来る。

(3)また、テンソル表現による作用のみに止まらず、より一般の作用が考えられるので、あたらしい研究課題が得られたことになる。このことに関しては、まだ十分の結果を得ていない。

(4)正標数で、強いレフシェッツ条件を考えることが、 $F$ -threshold の理論に関連づけられることを渡辺敬一氏により指摘され、正標数におけるレフシェッツ条件を視野に入れ始めた。

## 3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している。進捗状況に書いたとおり、関連した研究課題が大量に現われ、短期間では手に負えない程になっている。

## 4. 今後の研究の推進方策

代数幾何学、表現論、組合せ論など多くの分野の若手の研究者と共同研究を推進し、情報を交換する。

## 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

[1] Junzo Watanabe, Akihito Wachi, Hideaki Morita, "Zero-dimensional Gorenstein algebras

with the action of the symmetric group”, Rend. Semin. Mat. Univ. Padova 121 (2009), 45—71. 査読有

[2] Junzo Watanabe, Hidemi Ikeda, The Dilworth lattice of Artinian rings. J. Commut. Algebra 1 (2009), no. 2, 315—326. 査読有

[3] Junzo Watanabe, Masao Hara, The determinants of certain matrices arising from the Boolean lattice, Discrete Math. 308 (2008), no. 23, 5815—5822. 査読有

[4] Junzo Watanabe, Tadahito Harima, The commutator algebra of a nilpotent matrix and an application to the theory of commutative Artinian algebras, J. Algebra 319 (2008), no. 6, 2545—2570. 査読有

[5] Junzo Watanabe, Tadahito Harima, The central simple modules of Artinian Gorenstein algebras. J. Pure Appl. Algebra 210 (2007), no. 2, 447—463. 査読有

[6] Junzo Watanabe, Tadahito Harima, The strong Lefschetz property for Artinian algebras with non-standard grading, J. Algebra 311 (2007), no. 2, 511—537. 査読有

[学会発表] (計 3 件)

[1] Homological and Combinatorial Aspects in Commutative Algebra  
Busteni, Romania, July 7, 2007,  
“Some remarks on the commutator algebra of a nilpotent matrix and application to the strong Lefschetz property of Gorenstein algebra”

[2] Lecture given at IPM in Tehran, Iran, March 9, 2009, On the Hessian of a form: An Introduction to the theory of Gordan-Noether”

[3] Lecture given at IPM in Tehran, Iran, March 10, 2009, “The Higher Hessians and 0-dimensional Gorenstein algebras”