

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007～2008

課題番号：19540078

研究課題名（和文）非コンパクト多様体上の幾何構造を保つ同相写像のなす群の研究

研究課題名（英文）Study of various groups of homeomorphisms of noncompact manifolds

研究代表者

矢ヶ崎 達彦 (YAGASAKI TATSUHIKO)

京都工芸繊維大学・工学科学研究科・准教授

研究者番号：40191077

研究成果の概要：

幾何学において、多様体（局所的にユークリッド座標系を持つ空間）は最も重要な研究対象となっている。多様体  $M$  の連続変換全体は同相群と呼ばれ、その性質の解明は多様体  $M$  の幾何的性質の理解にとって重要である。本研究では、特に、ユークリッド空間のように無限に伸びた開多様体の場合に、体積を保つ変換全体のなす同相群を中心に考察し、その性質を解明した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	900,000	270,000	1,170,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,600,000	480,000	2,080,000

研究分野：位相幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：(1) トポロジー (2) 幾何学 (3) 同相群 (4) 測度保存変換  
(5) 非コンパクト多様体

## 1. 研究開始当初の背景

非コンパクト多様体上で、与えられた幾何構造を保つ（微分）同相写像の成す群の位相的・代数的性質の理解は、部分的な結果に留まり、その理論的な枠組みは十分整理されていなかった。このような状況下で、研究代表者 矢ヶ崎 は、（コンパクト-開位相の下で）非コンパクト曲面の同相群の単位連結成分の位相型の分類を得ていた。また、測度保存同相群に関しては、R. Berlanga による R. Fathi の結果の非コンパクト多様体への拡張が与えられていた。我々は、非コンパク

ト多様体の同相群や測度保存同相群の位相的な性質の体系的な解明を目指した。

## 2. 研究の目的

- (1) 非コンパクト多様体の測度保存同相群の位相的・代数的性質の解明
- (2) 非コンパクト多様体の体積保存微分同相群の位相的・代数的性質の解明
- (3) 研究(1), (2)の結果の位相力学系への応用を探る
- (4) 非コンパクト曲面の写像類群の研究

### 3. 研究の方法

- (1) Whitney 位相を持つ(微分)同相群の, 研究分担者 酒井克郎氏 及び 嶺幸太郎氏 (筑波大学), Taras Banakh 氏 (Lviv, ウクライナ)との共同研究
- (2) 研究分担者 福井和彦氏主催の研究集会「同相群とその周辺」京都産業大学(2008. 2. 18-2. 19, 2009. 2. 20-2. 21)の開催への協力
- (3) 国際会議への出席(研究発表・情報収集)「Topology and its Applications 2007」京都大学, 2007. 12. 3-7  
「Dubrovnik VI, Geometric Topology - 2007」Inter-University Center, Dubrovnik, Croatia, 2007. 9. 30-10. 7  
「Geometric Topology Conference, Beijing 2007」北京大学, 2007. 6. 18-22
- (4) 研究分担者・連携者との討論・情報交換

### 4. 研究成果

- (1) 非コンパクト連結  $n$  次元多様体  $M$  上のラドン測度  $m$  に対して, 測度  $m$  を保つ同相写像の成す群  $H(M, m)$  の位相的・代数的性質を考察し次の結果を得た:
  - ①  $n = 2$  の場合に, 群  $H(M, m)$  と  $M$  の同相群  $H(M)$ , 測度  $0$  集合を保つ同相写像の成す群  $H(M, m\text{-reg})$  の間の位相的な関係を考察した. 単位連結成分  $H(M, m\text{-reg})_0$  が  $H(M)_0$  においてホモトピー吸収性を持つことを示し R. Belranga の結果と組み合わせると  $H(M, m)_0$  が  $H(M)_0$  の強変形レトラクトになることを示した. この応用として  $H(M, m)_0$  のホモトピー型・位相型を分類した.
  - ② 単位連結成分  $H(M, m)_0$  の位相的・代数的性質を「無限遠に向かう流れ」の観点から考察した. S. R. Alpern - V. S. Prasad が導入した無限遠に向かう流れを測るエンドチャージ準同型  $c : H(M, m)_0 \rightarrow S(M, m)_0$  が連続な切断を持つことを証明した. 応用として準同型  $c$  の核  $\text{Ker } c$  が  $H(M, m)_0$  の強変形レトラクトになることを示して  $H(M, m)_0$  の内部構造を明らかにした.
  - ③ 多様体  $M$  に作用する位相群  $G$  に対して,  $G$  作用の制限として得られる埋め込みの  $G$  作用から定まる同相写像への弱い拡張問題を考察し, 拡張可能な場合に,  $G$  から埋め込みの空間への制限写像の基本的な性質を調べた. 群  $G$  の例として, 非コンパクト多様体  $M$  の測度  $m$  を保存する同相写像の群

$H(M, m)$ , エンドチャージ準同型  $c$  の核  $\text{Ker } c$ , 及びコンパクト台を持つ  $m$ -保存同相写像の群  $H_c(M, m)$  の場合に A. Fathi - R. Berlanga の結果を基に, 弱拡張定理を得た. この応用として, Whitney 位相の下で  $H_c(M, m)$  が局所可縮になることを示した.

- (2) 向き付け可能な非コンパクト連結  $C^\infty$   $n$  次元多様体  $M$  上の体積形式  $w$  を保つ微分同相写像の成す群  $D(M, w)$  の位相的・代数的性質を考察し, 上記の(1) ①, ② に対応する結果を得た. (Preprints in arXiv math)

- (3) Whitney 位相の下での, 非コンパクト多様体  $M$  の同相群  $H(M)$  及び微分同相群  $D(M)$  の局所的・大域的な位相型に関する結果を得た. この結果を得るために, LF 空間, Box 積及び無限次元位相群に関する基本的な考察を行い, 特に, 位相群が LF 空間と局所的・大域的に同相となるための条件を得た. (Preprints in arXiv math)

- (4) 非コンパクト連結曲面  $F$  のコンパクト台を持つ同相写像のなす写像類群  $M_c(F) = H_c(F)/H(F)_0$  が自明になるための  $F$  に関する必要十分条件を求めた.

これらの研究成果は, 非コンパクト多様体の(微分)同相群や測度保存同相群の体系的な理解に大きく寄与した.

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7 件)

- ① Yagasaki, Tatsuhiko, Weak extension theorem for measure-preserving homeomorphisms of noncompact manifolds, J. Math. Soc. Japan, 61 no. 3 (2009) (掲載確定)(査読有).

- ② Mine, Kotaro; Sakai, Katsuro, Simplicial complexes and open subsets of non-separable LF-spaces, Canadian J. Math., (掲載確定)(査読有).

- ③ Mine, Kotaro; Sakai, Katsuro, Open subsets of LF-spaces, Bull. Pol. Acad. Sci. Math., 56 (2008) 25-37 (査読有).

- ④ Fukui, Kazuhiko, On the first homology of the groups of foliation preserving diffeomorphisms for foliations with singularities of Morse type., Publ. Res. Inst. Math. Sci, 44 (2008) 1057-1068 (査読有).

- ⑤ Cuchillo-Ibáñez, E.; Dydak, J.; Kovama,

A.; Morón, M. A.,  $C^0$ -coarse geometry of complements of  $Z$ -sets in the Hilbert cube, Trans. Amer. Math. Soc., 360 (2008) 5229-5246 (査読有).

⑥ Yagasaki, Tatsuhiko, Measure-preserving homeomorphisms of noncompact manifolds and mass flow toward ends, Fund. Math., 197(2007) 271-287 (査読有). (KIT リポジトリ <http://hdl.handle.net/10212/1660>)

⑦ Yagasaki, Tatsuhiko, Groups of measure-preserving homeomorphisms of noncompact 2-manifolds, Topology Appl., 154 (2007) 1521-1531 (査読有).

[学会発表] (計 20 件)

① 矢ヶ崎達彦, Weak extension theorem for measure-preserving embeddings in noncompact manifolds, 日本数学会 (年会) トポロジー分科会, 東京大学, 2009. 3. 28

② 大倉弘之, 再帰性を保存する従属操作について, 日本数学会 (年会) 統計数学分科会, 東京大学, 2009. 3. 26.

③ 矢ヶ崎達彦, Weak extension theorem for measure-preserving homeomorphisms of noncompact manifolds, 研究集会「同相群とその周辺」京都産業大学, 2009. 2. 20

④ 矢ヶ崎達彦, Weak extension theorem for measure-preserving homeomorphisms of noncompact manifolds, 2008 General Topology シンポジウム, 高崎経済大学, 2008. 12. 19

⑤ 矢ヶ崎達彦, Homeomorphism and diffeomorphism groups of non-compact manifolds with the Whitney topology, 第 35 回変換群論シンポジウム, 岡山県立図書館, 2008. 11. 13.

⑥ 矢ヶ崎達彦, Homeomorphism and diffeomorphism groups of non-compact manifolds with the Whitney topology, 研究集会「一般・幾何学的トポロジーの研究動向と諸問題」京都大学数理解析研究所, 2008. 10. 7

⑦ 酒井克郎(代表), 無限グラフの同相群の分類, 日本数学会(秋季)トポロジー分科会, 東京工業大学, 2008. 9. 26.

⑧ 米谷文男,  $L^0$  主関数に関する 2 階変分公式と開リーマン面の span の動きについて, 日本数学会(秋季)函数論分科会, 東京工業大学, 2008. 9. 25.

⑨ 塚本千秋, 実グラスマン型分岐則における安定性, 日本数学会 (秋季) 幾何学分科会, 東京工業大学, 2008. 9. 24

⑩ 矢ヶ崎達彦, Homeomorphism and diffeomorphism groups of non-compact manifolds with Whitney topology, 「山代微分トポロジー」研究集会, 山代地区会館, 石川県 加賀市, 2008. 8. 28

⑪ 矢ヶ崎達彦, Groups of measure-preserving homeomorphisms of noncompact manifolds and mass flow toward ends, 第 55 回トポロジーシンポジウム, 金沢市文化ホール, 2008. 8. 7

⑫ 矢ヶ崎達彦, Measure-preserving homeomorphisms of noncompact manifolds and mass flow toward ends, 日本数学会 (年会) トポロジー分科会, 近畿大学, 2008. 3. 25

⑬ 矢ヶ崎達彦, 測度保存同相写像の変形と弱いバンドル定理, 研究集会「同相群とその周辺」京都産業大学, 2008. 2. 18

⑭ Tatsuhiko Yagasaki, Bundle theorem for measure-preserving homeomorphisms in 2-manifolds, 国際会議「Topology and its Applications 2007」京都大学, 2007. 12. 5

⑮ 酒井克郎(代表), Box Product と帰納的極限, 研究集会「一般および幾何学的トポロジーの現状と諸問題」京都大学 数理解析研究所, 2007. 10. 17. (講究録, 1578, Box product と帰納的極限, pp. 11-15)

⑯ Tatsuhiko Yagasaki, Groups of measure-preserving homeomorphisms of non-compact manifolds and mass flow toward ends, 国際会議「Dubrovnik VI, Geometric Topology - 2007」Inter-University Center, Dubrovnik, Croatia, 2007. 10. 3

⑰ 酒井克郎(代表), Open subsets of LF-spaces, 日本数学会(秋季)トポロジー分科会, 東北大学, 2007. 9. 23.

⑱ 矢ヶ崎達彦, Volume-preserving diffeomorphisms of non-compact manifolds and mass flow toward ends, 「海山微分トポロジー」研究集会, 長浜集会所, 三重県, 2007. 8. 18

⑲ Tatsuhiko Yagasaki, Homotopy types of homeomorphism groups and spaces of embeddings in 2-manifolds, 国際会議「Geometric Topology Conference, Beijing 2007」北京

大学, 北京, 中華人民共和国, 2007. 6. 18

⑩ 矢ヶ崎達彦, Spaces of measure-preserving embeddings and Bundle theorem in 2-manifolds, 研究集会「変換群の理論とその応用」京都大学 数理解析研究所, 2007. 5. 31 (講究録 1569, Bundle theorem for measure preserving homeomorphisms in 2-manifolds, pp. 116-122)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

矢ヶ崎 達彦 (YAGASAKI TATSUHIKO)  
京都工芸繊維大学・工芸科学研究科・  
准教授  
研究者番号: 40191077

### (2) 研究分担者

福井 和彦 (FUKUI KAZUHIKO)  
京都産業大学・理学部・教授  
研究者番号: 30065883

酒井 克郎 (SAKAI KATSURO)  
筑波大学・数理物質科学研究科・准教授  
研究者番号: 50036084

大倉 弘之 (OKURA HIROYUKI)  
京都工芸繊維大学・工芸科学研究科・教授  
研究者番号: 80135649

米谷 文男 (MAITANI FUMIO)  
京都工芸繊維大学・工芸科学研究科・教授  
研究者番号: 10029340

塚本 千秋 (TSUKAMOTO CHIAKI)  
京都工芸繊維大学・工芸科学研究科・  
准教授  
研究者番号: 80155340

加藤 久男 (KATO HISAO)  
筑波大学・数理物質科学研究科・教授  
研究者番号: 70152733

小山 晃 (KOYAMA AKIRA)  
静岡大学・創造科学技術大学院研究部・  
教授  
研究者番号: 40116158

保坂 哲也 (HOSAKA TETSUYA)  
宇都宮大学・教育学部・准教授  
研究者番号: 50344908

(注) 加藤久男、小山晃及び保坂哲也の3名の研究分担者については、2008年度は連携研究者となった。

### (3) 連携研究者

加藤 久男 (KATO HISAO)  
筑波大学・数理物質科学研究科・教授  
研究者番号: 70152733

小山 晃 (KOYAMA AKIRA)  
静岡大学・創造科学技術大学院研究部・  
教授  
研究者番号: 40116158

保坂 哲也 (HOSAKA TETSUYA)  
宇都宮大学・教育学部・准教授  
研究者番号: 50344908