

平成22年5月17日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2009

課題番号：19540079

研究課題名（和文） 微分形式の定める幾何構造(位相的キャリブレーション)の研究

研究課題名（英文） Geometric structures defined by differential forms (Topological Calibrations)

研究代表者

後藤 竜司 (GOTO RYUSHI)

大阪大学 大学院理学研究科 准教授

研究者番号：30252571

研究成果の概要（和文）：研究成果は次の二点である：

**(1) 一般化されたケーラー構造の構成と非障害的な変形**

一般化されたケーラー多様体変形について、安定性定理を確立し、様々な具体例を構成した。この構成により、非零なポアソン構造をもつコンパクトなケーラー曲面上に非自明な双エルミート構造が存在することを示した。

**(2) ノンコンパクトケーラー多様体のカラビーヤオ構造**

アインシュタイン-佐々木多様体のコーンとなっている正規孤立特異点のクレパント特異点解消上にはその全てのケーラー類の中にリッチ平坦な完備ケーラー計量が存在することを示した。

研究成果の概要（英文）：We obtain the following two results:

**(1) Constructions of generalized Kahler structures and unobstructed deformations**

We established the stability theorem of generalized Kahler structure and constructed many interesting examples. As an application, we showed that there exists a non-trivial bihermitian structure on compact Kahler surface with non-zero holomorphic Poisson structure.

**(2) Calabi-Yau structures on non-compact Kahler manifolds**

We showed that there is a Ricci-flat complete kahler metric on each Kahler class of a crepant resolution of normal isolated singularity which is the cone of an Einstein-Sasaki manifold.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：数学 幾何学

科研費の分科・細目：数学 幾何学

キーワード：カラビーヤオ多様体、変形理論、一般化された幾何構造、双エルミート構造  
一般化されたケーラー構造、ポアソン構造

#### 1. 研究開始当初の背景

Hitchin, Gualtieri により、一般化された複素構造、一般化されたケーラー構造が導入された。H.J. Hitchin, Generalized Calabi-Yau structures, Q. J. Math. 54 (2003) 281-308,

M. Gualtieri, Generalized complex geometry math. DG/0401221

一般化されたケーラー構造は（一般化された意味での）ホッジ分解を与える、また数理論理において、 $N=(2, 2)$  超対称シグマモデルにおけるターゲット空間のもつ幾何構造であることが示されている。

さらに、双エルミート構造と同値な構造である。V. Apostolov, P. Gauduchon and G. Grantcharov, Bihermitian structures on complex surfaces, Proc. London Math. Soc. 70 (1999) 414-428

一般化されたケーラー構造はその重要性にもかかわらず、自明な例以外ほとんど得られていない状況であった。

#### 2. 研究の目的 一般化された幾何構造の本質を解明するために、特に一般化されたケーラー構造とポアソン構造に焦点をあて、その基本性質を確立し、ケーラー多様体と同等な重要性を持っていることを明らかにする。

#### 3. 研究の方法

変形理論の立場から、ケーラー多様体の安定性、非障害的な変形などを示し、ポアソン変形を使う。

#### 4. 研究成果

研究により、コンパクトなケーラー多様体上に正則なポアソン構造があれば、変形理論により、非自明な一般化されたケーラー構造が得られることが示された。

この成果は二つの論文

R. Goto, "Deformations of generalized complex and generalized Kahler structures", arXiv:0705.2495, 36 pages (2007), to appear in J. Differential Geometry

R. Goto, "Poisson structures and generalized Kahler submanifolds", J. Math. Soc. Japan, Vol. 61, No. 1 (2009), pp. 107-132,

にまとめ、発表した。

この研究をさらに発展させ、コンパクト曲面上の正則ポアソン構造と、一般化されたケーラー構造との関係を調べた。V. Apostolov, P. Gauduchon and G. Grantcharov らの結果により、双エルミート構造は正則なポアソン構造を導くことが知られているので、この逆が成立するかということが、問題となっていたが、変形理論により、コンパクトケーラー多様体上に双エルミート構造（トーションにある条件がついている）が存在する必要充分条件は零ではない正則ポアソン構造があることであることを示し、この問題を解決した。この結果は論文

R. Goto, "Unobstructed K-deformations of Generalized complex Structures and Bihermitian Structures", arXiv:0911.2958, にまとめ、発表した。

#### 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

[雑誌論文] (計 10 件)

[1] R. Goto, "Poisson structures and generalized Kahler submanifolds", J. Math. Soc. Japan, Vol. 61, No. 1 (2009) pp. 107-132. 査読有り

[2] R. Goto, "Deformations of Generalized Kahler Structures and Bihermitian Structures", ArXiv 上に発表, arXiv:0910.1651 39 page (2009). 査読無し

[3] R. Goto, "Unobstructed K-deformations of Generalized complex Structures and Bihermitian Structures", ArXiv 上に発表 arXiv:0911.2958, (2009) 査読無し

[4] R. Goto, "Calabi-Yau structures and Einstein-Sasakian structures on crepant resolutions of isolated singularities", ArXiv 上に発表, arXiv:0906.5191, 45 pages (2009). 査読無し

[5] A. Fujiki and M. Pontecorvo,

"Anti-self-dual bihermitian structures on Inoue surfaces ", arXiv:09031320, to appear in J. Diff. Geometry. (2009) 査読有り

[6] K. Oguiso and Jun-Muk Hwang "Characteristic foliation on the discriminantal hypersurface of a holomorphic Lagrangian fibration ", American J. Math. 131 (2009) 981--1008. 査読有り

[7] M. Umehara K. Saji and K. Yamada "The geometry of fronts " Ann. of Math. 169, (2009) 491--529. 査読有り

[8] K. Oguiso "Bimeromorphic automorphism groups of non-projective hyperkahler manifolds - a note inspired by C. T. McMullen J. Differential Geometry 78 (2008) 163-191. 査読有り

[9] R. Goto, "Deformations of generalized complex and generalized Kahler structures ", ArXiv 上に発表, arXiv:0705.2495, 36 pages (2007), to appear J. Differential Geometry 査読あり

[10] R. Goto "正則シンプレクティック構造と一般化された幾何構造の変型について", 数理解析研究所講究録, 1527 (部分多様体論のさらなる発展にむけて = For further advance of the submanifold theory), pp. 1-28 (2007) 査読無し

[学会発表] (計5件)

[1] 題目: Generalized Kahler geometry and Holomorphic Poisson structures, Sminaire de geometrie et topologie Universite du Quebec a Montreal UQAM, カナダ, ケベック州、講演者: R. Goto  
2009年4月17日

[2] 題目: Holomorphic Poisson structures and deformations of generalized Kahler structure, workshop: Supersymmetry in complex geometry, generalized complex structures, generalized Kahler structures, symplectic and Hermitian structures on complex manifolds, 2009年1月7日、8日、講演者: R. Goto, IPMU, Institute of the Physics and Mathematics of the Universe, 東京大

学、東京都

[3] 題目: Deformations of generalized Kahler structures on holomorphic Poisson manifolds、(第4回日中友好幾何学会議) Chern Institute of Mathematics, (陳数学研究所) Nankai University (南開大学), 中国  
December 22-27 2008、講演者: R. Goto

[4] 題目: Deformations of generalized Kahler structures, Poisson structures and bihermitian structures、UK-Japan Winter School, Algebraic and Symplectic Geometry, Mathematics Research Centre, University of Warwick, January 2008、英国、ウォリック、講演者: R. Goto  
2008年1月11日

[5] 題目: Deformations of generalized Kahler structures, Poisson structures, and generalized Kahler submanifolds", Complex Geometry in Osaka、2007年1月5日講演者: R. Goto  
藤木先生還暦記念研究集会  
大阪大学中之島センター, 大阪府

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

後藤 竜司 (GOTO RYUSHI)  
大阪大学 大学院理学研究科 准教授  
研究者番号: 30252571

### (2) 研究分担者

藤木 明 (FUJIKI AKIRA)  
大阪大学 大学院理学研究科 教授  
研究者番号: 80027383

### (2) 研究分担者

満淵 俊樹 (MABUCHI TOSHIKI)  
大阪大学 大学院理学研究科 教授  
研究者番号: 80116102

### (2) 研究分担者

並河 良典 (2007~2008) ( Namikawa Yoshinori)  
京都大学 大学院理学研究科 教授  
研究者番号: 80228080

2008年より連携研究者

### (2) 研究分担者

深谷 賢治 (2007~2008) (Fukaya Kenji)  
京都大学 大学院理学研究科 教授  
研究者番号 : 30165261  
2008 年より連携研究者

(2) 研究分担者

吉川謙一 (2007~2008) (Yoshikawa Kenichi)  
京都大学 大学院理学研究科 教授  
研究者番号 : 20242810  
2008 年より連携研究者