

平成 21 年 6 月 1 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2008

課題番号：19540093

研究課題名 (和文) 擬通常特異点を持つ複素射影超曲面の位相的, 解析的研究

研究課題名 (英文) Topological and analytical study on complex projective hypersurfaces with quasi-ordinary singularities

研究代表者

坪井 昭二 (TSUBOI SHOJI)

鹿児島大学・理学部・教授

研究者番号：80027375

研究成果の概要： P^5 の中の 3 次元セグレ多様体の十分一般的な線形射影による P^4 への像の定義方程式を具体的に求め、この例を通して、これまで得られていた、 P^4 の中の通常特異点を持つ超曲面の正規化のチャーン数を与える公式 (S. Tsuboi: The Chern numbers of the normalization of an algebraic threefold with ordinary singularities, Séminaires et Congrès 10, Soc. Math. France, 351-372, 2005) に誤りがあることに気が付き、この公式を修復した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2004年度			
2005年度			
2006年度			
2007年度	900,000	270,000	1,170,000
2008年度	700,000	210,000	910,000
総計	1,600,000	480,000	2,080,000

研究分野：複素解析幾何, 複素代数幾何

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：線形射影, 通常特異点, 非孤立超曲面特異点, チャーン数, セグレ類, 極類 (polar class), 交点理論

1. 研究開始当初の背景

研究代表者は、これまでの研究によって、研究開始当初、射影的方法 (projection method) と呼ばれる、代数曲線や代数曲面の研究に用いられてきた古典的方法を、高次元代数多様体の研究に利用するための一般的な枠組みを与えていた。例えば、十分高い次元の射影空間に埋め込まれた代数曲線、代数曲面の、十分一般的な線形射影による像に現れる「通常特異点」の高次元への拡張、通常特異点を持つ複素射影多様体の局所自

明な変形族から生ずる混合ホッジ構造の変形族の cubic hyper-resolution (V. Navarro Aznar, F. Guillén 等の意味での) を用いたコホモロジー論的記述、 P^4 の中の通常特異点を持つ超曲面の正規化のチャーン数を与える公式等である。しかし、3 次元以上の通常特異点を持つ超曲面の興味ある具体例は少なく、具定例を与えようとする、「通常特異点」よりも広い「擬通常特異点」を考へることが必要であるように思われていた。

2. 研究の目的

研究の目的, 目標を次の二つに設定した.

(1) これまで進めてきた「通常特異点」を持つ代数多様体の「局所自明」な変位族に関する研究を, 「擬通常特異点」を持つ代数多様体の「許容的」変位族 (T. de Jong と D. van Straten の意味で) に拡張すること.

(2) L. Roth の “Algebraic Threefolds ”

(Springer, 1955) の中に現れる, 通常特異点を持つ 3次元複素射影超曲面 (一般の超平面切断はエンリケス曲面になる) の具体例の位相的, 解析的不変量を計算するとともに, この 3次元代数多様体について無限小トレリ問題を考察すること.

本研究では, 上に述べた研究目的, 研究目標の内, (2) に力点を置いて研究を進めた. この目的のためには, 研究代表者がこれまでに得ていた, P^4 の中の通常特異点を持つ超曲面の正規化のチャーン数を与える公式が正しいことを, 具体例を通して検証する必要に迫られた. その結果, 種々の有理多様体 ($P^3, P^1 \times P^2$ 等) の十分高い次元の射影空間への埋め込みと, その像の超曲面としての線形射影による像の方程式を具体的に求めることに労力を割かれることになった.

3. 研究の方法

(1) 以下の研究集会に出席し, 情報の収集と研究テーマに関する討論を行った.

- Symbolic Dynamics and Codings, July 2 ~ July 4, 2007, University of Marne-la-Vallee, Cité Descarte, France
- 複素幾何・特異点新潟ワークショップ, 2007. 8. 20~8. 24, クロスパルにいがた, 新潟市
- 第 4 回日仏特異点シンポジウム, 2007. 8. 27 ~8. 31, 立山国際ホテル, 富山市
- The 16th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications, July 28~Aug. 1, Dongguk University, Gyeongju (慶州), Korea
- 研究集会「特異点と多様体の幾何 —草津 2008—」, 2008. 9. 12~9. 16, 草津セミナーハウス, 群馬県吾妻郡草津町

(2) 他大学の研究者と共同で, 自大学において, 次の総合的な研究集会を開催した.

- 第 3 回代数・解析・幾何学セミナー, 2008. 2. 18~2. 21, 鹿児島大学理学部
- 第 4 回代数・解析・幾何学セミナー,

4. 研究成果

主要な結果を二つだけ挙げる:

(1) 3次元セグレ多様体 (セグレ写像による $P^1 \times P^2$ の P^5 への埋め込み) の十分一般的な線形射影による P^4 への像の定義方程式は, $z_2 z_1^2 + z_3 (z_1 z_4) - z_0 z_4^2 = 0$ で与えられることを見つけた. この例を通して, これまで得られていた, P^4 の中の通常特異点を持つ超曲面 Y の正規化 X のチャーン数を与える公式に誤りがあることに気づき, 正しい公式は次の通りであることを示した:

$$(1-1) \int_X c_3 = \chi(X) = -n(n^3 - 5n^2 + 10n - 10) + (4n^2 - 15n - 2m + 20)m - (4n - 15)t + (n + 10)\gamma + 5 \deg[K_X \cdot C_X] - \#\Sigma s + 2\chi(C_Y, \underline{Q}_{CY}) + 4\#\Sigma q,$$

$$(1-2) \int_X c_1^3 = -n(n-5)^3 + 6(n-5)^2 m - 3(n-5)(nm + 3t - \gamma) + (n^2 - 2m)m + 5nt - (2n-5)\gamma + \deg[K_X \cdot C_X] - \#\Sigma s + 4\#\Sigma q,$$

$$(1-3) \int_X c_1 c_2 = -24\chi(X, K_X) = -24\chi(P^4, \underline{Q}_{P^4}([\!(n-5)H\!] - D_Y)) + 24 = -(n-4)(n-3)(n-2)(n-1) + 24\chi(D_Y, \underline{Q}_{DY}(n-5)) + 24.$$

ここで, n : Y の次数, m : Y の 2 重曲面 D_Y の次数, t : Y の 3 重曲線の次数, γ : Y の尖点曲線 C_Y の次数, $\#\Sigma s$: Y の停留点の個数, $\#\Sigma q$: Y の通常 4 重点の個数, C_X : Y の尖点曲線 C_Y の正規化写像 $n: X \rightarrow Y$ による逆像, K_X : X の標準因子, H : P^4 の超平面である.

(2) 有限型リーマン面のモジュライ空間の境界近傍のヴェイユ・ピーターソン計量の漸近展開公式を改良し, その第 2 次項にタクタジャン・ゾグラフ計量が現れることを示した. また, 点付きリーマン面のモジュライ空間の境界近傍において, タクタジャン・ゾグラフ計量のオーダー評価を与え, ヴェイユ・ピーターソン計量より真に小さいことを明らかにした. さらに, ある種のリーマン面の退化族に対して, 退化するアイゼンシュタイン級数の挙動のオーダーを上からと下から評価し, 退化成分によって異なるオーダー評価が成立することを示した.

5. 主な発表論文等

(研究代表者, 研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕 (計 17 件)

- ① S. Yokura, Oriented bivariant theories, I, International Journal of Mathematics, 掲載決定, 30 pages, 2009, 査読有
- ② S. Yokura, A universal bivariant theory and cobordism groups, Advanced Studies in Pure Mathematics, 掲載決定, 31 pages, 2009, 査読有
- ③ S. Yokura, Motivic characteristic classes, Proceedings of MSRI Workshop “Topology of Stratified Spaces” (MSRI Publications), 掲載決定, 32 pages, 2009, 査読有
- ④ K. Obitsu, Asymptotics of degenerating Eisenstein series, RIMS Kokyuroku Bessatsu, 掲載決定, 12 pages, 2009, 査読有
- ⑤ K. Miyajima, Analytic construction of versal deformation of resolution of normal isolated singularities, J. Korean Math. Soc., 46, 125-150, 2009, 査読有
- ⑥ S. Tsuboi, Linear projections of rational threefolds, Proceedings of the 16th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications, Dongguk Univ. Press, Gyeongju, Korea, 237-247, 2009, 査読無
- ⑦ T. Nagano and T. Aikou, Dual connections in Finsler geometry, Acta Math. Acad. Paedagogicae, 24, 103-114, 2008, 査読有
- ⑧ T. Aikou and L. Kozma, Global Aspects of Finsler Geometry, in “Handbook of Global Analysis” (edited by D. Krupka and D. Saunders), 1-35, Elsevier, 2008, 査読有
- ⑨ K. Obitsu and S. A. Wolpert, Grafting hyperbolic metrics and Eisenstein series, Mathematische Annalen, 341, 685-706, 2008, 査読有
- ⑩ K. Obitsu, Recent developments in the study of the Takhtajan-Zograf metric, 数理解析研究所講究録, 1613, 86-100, 2008, 査読無
- ⑪ K. Obitsu, W.-K. To and L. Weng, The asymptotic behavior of the Takhtajan-Zograf metric, Communications in Mathematical Physics, 284, 2008, 227-261, 査読有
- ⑫ H. Sainohira and S. Tsuboi, A formula in combinatorics derived from the zeta functions of RLL(m, n) shift dynamical systems, Rep. Fac. Sci. Kagoshima Univ., 41, 6-20, 2008, 査読無
- ⑬ K. Miyajima, Analytic approach to deformation of normal isolated singularities, in “Real and Complex Singularities”, Proceedings of the first Australian-Japanese workshop on real and complex singularities (ed. L. Paunescu et al.), 279-289, 2007, 査読有
- ⑭ J. Schürmann and S. Yokura, A survey of characteristic classes of singular spaces, 865-952, 2007, 査読有
- ⑮ J. P. Brasselet, J. Schürmann and S. Yokura, On the uniqueness of bivariant Chern class and bivariant Riemann-Roch transformations, Advances in Mathematics, 210, 797-812, 2007, 査読有
- ⑯ T. Aikou, The Chern-Finsler connection and Finsler-Kähler

manifolds, in “Finsler Geometry, Sapporo 2005 – In memory of Makoto Matsumoto”, Advanced Study of Pure mathematics, 48, 343-373, 2007, 査読有

- ⑰ S. Tsuboi, Rational integrals of the second kind on a complex projective manifold and its primitive cohomology, Rep. Fac. Sci. Kagoshima Univ., 40, 1-33, 2007, 査読無

[学会発表] (計 15 件)

- ① 小櫃邦夫, Asymptotics of the Weil-Petersson and the Takhtajan-Zograf metrics, 2009.2.16, 代数・幾何・解析シンポジウム, 鹿児島大学
- ② T. Aikou, Some remarks on complex Finsler bundle, 43rd Symposium on Finsler Geometry, November 5-7, 2008, Utsumoniya, Japan
- ③ S. S. Yokura, Motivic characteristic classes of singular varieties, Workshop “Topology of Stratified Spaces”, Sep. 11, 2008, MSRI, UC Berkeley.
- ④ Tsuboi, Linear projections of rational threefolds, The 16th International Conference on Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis and Applications, July 28, 2008, Dongguk University, Gyeongju, Korea
- ⑤ 小櫃邦夫, Asymptotics of the Weil-Petersson and the Takhtajan-Zograf metrics, 2008.6.6, 研究集会「Bergman核と代数幾何への応用」, 京都大学数理解析研究所
- ⑥ 小櫃邦夫, Asymptotics of degenerating Eisenstein series, 2008.1.14, 研究集会「リーマン・不連続群論」, 岡山大学
- ⑦ 宮嶋公夫, 正規孤立特異点の特異点解消完備変形空間の解析的構成, 平成19年度多変数関数論冬セミナー, 2007.12.23, 富山大学理学部
- ⑧ 小櫃邦夫, Weil-Petersson 計量と

Takhtajan-Zograf 計量の漸近挙動, 2007.12.1, 研究集会 “Seminar on Complex Manifolds in Kumamoto”, 熊本大学

- ⑨ T. Aikou, Some remarks on conformally flat Finsler manifolds, 42nd Symposium on Finsler Geometry, November 1-4, 2007, Nagasaki, Japan
- ⑩ K. Miyajima, Deformation of CR structure on a boundary of isolated singularities, Conference in complex analysis and geometry, Sep. 26, 2007, CIRM, Marseille, France
- ⑪ S. Tsuboi, Factor maps between $RLL(m, n)$ shifts with the same entropy, Symbolic Dynamics and Codings 2007, July 3, 2007, University of Marne-la-Vallee, Cité Descartes, France
- ⑫ 小櫃邦夫, Weil-Petersson 計量と Takhtajan-Zograf 計量の漸近挙動, 2007.6.25, 複素解析セミナー, 東京大学
- ⑬ T. Nagano and T. Aikou, “Finsler manifolds with vanishing h-curvature”, Workshop on Finsler Geometry and Its Applications, May 28-June 2, 2007, Balatonfoldvar, Hungary.
- ⑭ 小櫃邦夫, Weil-Petersson 計量と Takhtajan-Zograf 計量の漸近挙動, 2007.5, 名古屋大学
- ⑮ T. Aikou, Complex Finsler metrics and Chern-Finsler connections, Workshop “Geometric Analysis”, January 13-15, 2007, Sendai, Japan

6. 研究組織

(1) 研究代表者

坪井 昭二 (TSUBOI SHOJI)

鹿児島大学・理学部・教授

研究者番号: 80027375

(2) 研究分担者

宮嶋 公夫 (MIYAJIMA KIMIO)

鹿児島大学・理学部・教授

研究者番号：40107850

與倉 昭治 (YOKURA SHOJI)
鹿児島大学・理学部・教授
研究者番号：60182680

愛甲 正 (AIKOU TADASHI)
鹿児島大学・理学部・教授
研究者番号：00192831

小櫃 邦夫 (OBITSU KUNIO)
鹿児島大学・理学部・准教授
研究者番号：00325763

(3)連携研究者

なし