

平成 22 年 5 月 10 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2009

課題番号：19540104

研究課題名（和文） ヤング・ミルズ接続の空間とその双対空間の幾何学

研究課題名（英文） Geometry of the space of Yang-Mills connections and its dual.

研究代表者

郡 敏昭（KORI, Toshiaki）

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：50063730

研究成果の概要（和文）：(1) 4次元多様体上の平坦接続のモジュライ空間がシンプレクティック構造を持つことを示し、その幾何的準量子化束を構成した。3次元境界がある場合その上のゲージ変換群のこのモジュライ空間へのシンプレクティックな作用がこの幾何的準量子化束に同変に持ち上がることを示した。これは前科研費研究の課題だったが最終的に完成させた。(2) 3次元多様体上の  $SU(n)$ -カレント群の可環拡大は  $n$  が 3 より大きい場合に J. Mickelsson により 1987 年に構成された。  $SU(2)$ -カレント群の可環拡大の構成は未解決だったが、それが 2 種あり、その 2 種を構成した。これも前科研費研究以来の研究だがその最終結果として完成させた。(3) 「可積分方程式の Zakharov-Schabat の方法」を接続の空間の双対空間とその変換の理論の一般的枠組みとして構成するのが、本研究課題の主題だが、そのための準備として 4次元空間の接続と随伴したディラック作用素の解の特異点での振る舞いを記述する「留数と双対の理論」を作った。この応用としてインスタントンの ADHM 構成を見通しよく整理した。

研究成果の概要（英文）：(1) The moduli space of flat connections on four manifolds is given a pre-symplectic structure. And a geometric pre-quantization of this space is constructed. When the 4-manifold has the boundary the gauge transformation group on the boundary acts on the moduli space infinitesimally symplectically. This action lifts to the pre-quantization equivariantly. (2) The Lie group extension of  $SU(n)$ -current group was constructed by J. Mickelsson for  $n$  bigger than 3. The similar construction for the  $SU(2)$ -current group had not been solved. I have constructed two kind of Lie group extensions of  $SU(2)$ -current group. (There exist actually two types of extensions.) (1) and (2) were the subjects of former research, but here stated results are improved ones and given the final form. (3) One of the purpose of this research is to construct a general frame work of the dual spaces of the space of connections and the transformation on it so that one can see transparently the “Zakharov-Shabat method for integrable systems”. For that we constructed the theory of residue and duality on the solution space of gauge-coupled Dirac operators that may describe the behavior of the solutions near their singular points. As an application we arranged in a clear form the ADHM construction of solitons.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
2009年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	2,700,000	810,000	3,510,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・幾何学 4102

キーワード：ヤング・ミルズ接続・幾何的量子化・ディラック作用素

1. 研究開始当初の背景: (1)ループ群以外の高次元の current 群・代数に関しては未知の部分が多く、その研究が必要と思われた。(2)インスタントンの ADHM 構成理論は複雑で現れる式の幾何的な意味付けがわかっていないように見える。これらを留数と双対性の理論と呼ぶべき理論により捉えたい。

2. 研究の目的:

(1)  $SU(n)$ ,  $n > 2$ , と  $SU(2)$  の位相的な違いが対応する写像群にどのように現れるかを記述し、 $SU(2)$  写像リー群および写像リー環の拡大と拡大された群の coadjoint 表現を得る。(2) ADHM 構成を、原点近傍と無限遠におけるインスタントンの芽との双対関係として記述する。4次元空間上のインスタントンのフーリエ変換とその逆変換公式の理論を作る。

3. 研究の方法: (1) 接続に随伴したディラック作用素の解の特異点近傍の解析。(2) 4次元球面上のディラック作用素の解には、時間反転、パリティ反転、粒子・反粒子とスピノール偶奇などの変換が作用するが、それらに伴う解空間の双対性を記述し、この双対性と(1)の特異性による留数の関係を見る。

4. 研究成果: (1) 2009年9月8日 Luxembourg 大学 International Conference GEOQUANT において題目 Geometric pre-quantization of

$SU(N)$  flat connections on 3-manifolds の講演。(2) 2009年3月27日日本数学会総合分科会(東京大学)3次元多様体上の  $SU(n)$  平坦接続の空間の幾何的量子化について(3) 4次元多様体での Chern-Simons 準量子化、幾何学シンポジウム総合講演、金沢大学、2006年8月。

5. 主な発表論文等

郡敏昭  $\text{Map}(S^3, G)$  の可環拡大の4次元多様体上の接続の幾何的量子化束への作用について。数理解析研究所講究録 1576 「力学系と微分幾何学 Dynamical analysis and differential geometry」, 2008年1月、134-153.

〔雑誌論文〕(計1件)

〔学会発表〕(計3件)

〔その他〕  
ホームページ等

6 . 研究組織

(1)研究代表者

郡 敏昭

研究者番号 : 50063730