

平成 21 年 5 月 25 日現在

研究種目：基盤研究 (C)
 研究期間：2007 ~ 2008
 課題番号：19540109
 研究課題名 (和文) 一般化された熱力学的変分原理を介在した複雑系における散逸現象と
 間欠性の解析
 研究課題名 (英文) An analysis of dissipative phenomena and intermittency in complex
 systems via a generalized variational principle
 研究代表者
 由利 美智子 (YURI MICHIKO)
 北海道大学・大学院理学研究院・教授
 研究者番号：70174836

研究成果の概要：Sofic 条件を満たす可算生成分割を保持する非可逆離散写像に対し、非特異測度に関する transfer operator を介在しエントロピー生成の時間発展の漸近平均を捉え、この量が消滅する事が、両側非特異測度に関する一般化されたエントロピーにどのような影響を与えるかを明らかにした。更に indifferent periodic point を持つ時、絶対連続な不変確率測度に関する時間相関関数の減少のオーダーが多項式的である事を、indifferent periodic point の近傍の測度減少のオーダーが劣指數的となる事と関連付け証明した。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,800,000	540,000	2,340,000
2008年度	1,700,000	510,000	2,210,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：Dissipative phenomena, Intermittency, Phase transition, Variational principle, Weak Gibbs measure, Nonhyperbolicity, Equilibrium state, Irreversibility

1. 研究開始当初の背景

現在諸科学において注目を浴びその解析が待たれている、カオス・フラクタル現象に代表される「複雑系」を記述する数学的モデルの厳密な定式化は、未だ与えられていないのが現状である。特にその統計的様相を議論する時不可欠となる、複雑さを測る尺度としての熱統計力学に基礎を置くエントロピー、その Legendre 変換としての Pressure の定式化は、従来不変測度の範疇における変

分原理を介在して与えられる為、散逸系の非平衡状態を捉える方法論としては多くの疑問が残され、十分とは言い難い。又散逸系の確率法則を記述する測度としては、双曲型力学系に対する Sinai-Ruelle-Bowen 測度が重要な役割を果たすと考えられてきた経緯から、滑らかさが崩れる散逸系に対して非平衡状態を捉える試みは、極めて限られている。加えて、双曲型力学系に限らず多くの研究が成されてきた典型的なカオス力学系は、その複雑さが初期値に関する " 指數的鋭敏性

”で特徴付けられてきた為、初期値に対する鋭敏性が”劣指數的”である現象を説明できる数学サイドからの厳密な理論は未だ確立されていない。一方、乱流現象の解析に端を殆し物理学者に早くから注目されてきた Intermittency (間欠性)の本質は、数学的モデルにおいてはむしろ初期値に関する”指數的鋭敏性”の崩壊と密接に関連して事が確認されており、予測不可能な複雑現象の解析において待たれているのは、「初期値に関する劣指數的鋭敏性を持つ力学系」に対する 間欠性の統計解析である。

2. 研究の目的

(1) 完備かつ可分な距離空間上の非可逆可測変換に対し、両側非特異測度 (bi-nonsingular measure) のクラスにおいて、特に不変測度の場合従来の変換のエントロピーに帰着する複雑系の広い範囲に適用可能なエントロピーを定式化し、その Legendre 変換の一般化として自然に現れる Pressure に相当する量を定式化する。この事により、観測可能性を意味する基本測度自身をある種の変分原理により特徴付け、複雑系に適合した弱い意味での平衡の概念、及び変分原理の一般化から生じる新しいタイプの相転移現象の定式化を与え、Intermittency の数学的定式化の可能性を探る。

(2) 非双曲型・非可逆離散写像に対する弱ギブス平衡状態の可逆拡張が、散逸現象を特徴付ける非平衡状態となる為の条件を明らかにする。

(3) 「劣指數的鋭敏性を持つ力学系」の範疇において、間欠性がもたらす統計的性質を明らかにする。

3. 研究の方法

本研究目的(1)達成の為の第一段階として、既に弱 Gibbs 測度に関する large deviation principle の成立を証明する際遭遇した、新しいタイプの相転移現象をよりの確に捉える変分原理を準備する必要があると考え、複雑系一般に見られる拡大性 (expansiveness)、初期値に関する指數的鋭敏性の欠如から、Pressure とエントロピーが必ずしも Legendre 変換で結ばれた双対な関係にはなっていない事実に着目した。この事を踏まえ第二段階として、不変測度の範疇で定式化された可算生成分割に関する変換のエントロ

ピーの表現と、条件付きエントロピーの表現の両者を両側非特異測度の範疇で定式化した時、どのような変分原理が可能か明らかにした。

本研究目的(2)達成の為に、Ruelle による非平衡状態の統計力学を念頭においた、可逆変換に関するエントロピー生成を介在した「散逸性」の記述を、双曲性が期待できない複雑現象において SRB measure と anti-SRB measure の不整合として捉え類似のアプローチを試みた。具体的には第一段階として、基本測度をあるポテンシャルに関する弱 Gibbs 測度として捉え、基本測度に絶対連続な不変測度の可逆拡張を構成する。第二段階として、その双対系に自然に起こされる不変測度の可逆拡張を構成し、元の可逆拡張との不整合性として散逸性を捉える事により、非可逆変換の時間発展から派生する確率過程に関する可逆・非可逆性を議論する枠組みを設定する方向を狙った。以上の状況をふまえ、非平衡状態のカオス及び非双曲型力学系・間欠現象 (intermittency) に関する国内外の専門家らと情報を交換する為に、以下の活動を遂行した。

(1) 平成 19 年 6 月 25 日～29 日の期間にポルトガル (リスボン) において開催された国際研究集会「Nonuniformly hyperbolic dynamics and smooth ergodic theory」において、滑らかさが崩れた非双曲型・非可逆変換を出発点とした、弱ギブス測度に関する散逸性を捉えるアプローチを紹介した。更に、典型的な非双曲型一次元変換のクラスに対し、変分原理、及び相転移現象に関する優れた結果を持っている Y. Pesin 氏、F. Ledrappier 氏らをはじめとする、非双曲型力学系の専門家らと議論する場を持った。

(2) 平成 20 年度 9 月 1 日～9 月 3 日、北海道大学遠友学舎において「Dynamics of complex systems 2008 (数学的予測方式の可能性と諸分野からのニーズ)」を開催した。当研究会においては、数学者のみならず、物理・生物・化学の各分野から複雑系解析の先駆者として著名な相澤洋二氏、津田一郎氏、小松崎民樹氏らが参加し、大偏差原理にまつわる力学的アプローチ、非定常カオスへの熱力学的アプローチ等、複雑系解析における、非可逆性の理解及びエルゴード理論的枠組みの構築に関する様々な取り組みについて、活発な意見交換がなされ、間欠性を伴った複雑系解析における、将来への方向性を展望する事ができた。

4. 研究成果

本研究の目的(1)に対しては、Gibbs entropy に関する Ruelle より提唱された エントロピー生成の概念を、非可逆離散写像に拡張し、不変測度に対して定義される変換の測度論的エントロピーの概念を、両側非特異である weak Gibbs 測度のクラスにおいて一般化する事により、Pressure の自然な拡張と弱い意味での平衡状態の定式化のアイデアを得る事に成功した。この結果を論文

「Entropy production at weak Gibbs measures and a generalized variational principle」において発表し、Ergodic Theory and Dynamical Systems に掲載予定(2009年度)である。この研究成果により、非特異測度に関する transfer operator を介しエントロピー生成の時間発展の漸近平均を捉え、この量が消滅する事が、両側非特異測度に関する一般化されたエントロピーにどのような影響を与えるか明らかになった。更には本研究目的(2)に対し、Ruelle による非平衡状態の統計力学を念頭においた、可逆変換に関するエントロピー生成を介した散逸性の記述を双曲性が期待できない複雑現象において Sinai-Ruelle-Bowen(SRB) 測度と anti-SRB 測度の不整合と類似の現象として捉えられる可能性を確認した。又、Pesin-Sinai らにより定式化された、弱い双曲性しか持たない partially hyperbolic system に適合した hyperbolic u-Gibbs 測度と弱 Gibbs 性を持つエルゴード的不変測度の可逆拡張の関連性が期待される。本研究の目的(3)に関しては、マルコフ性が崩れた可算生成分割を保持する区分的に滑らかな力学系が indifferent periodic point を持つ時、観測関数の時間相関関数が多項式的振る舞いをする為の十分条件を明らかにし、その結果を論文「Polynomial decay of correlations for intermittent sofic systems」(Discrete and Continuous Dynamical Systems, Vol. 22, 2008, 445-461)に発表した。具体的には、既に多くの研究が成されてきた間欠性を示す区間上の一次元ベルヌイ変換である Manneville-Pomeau 変換に対して得られている、絶対連続な不変確率測度に関する時間相関関数の減少のオーダー評価が、次元とマルコフ性に依存せず同様に得られる為の条件を、indifferent periodic point の近傍の測度減少のオーダーが劣指数的となる事と関連付けた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 2 件)

(1)Michiko Yuri, Entropy production at weak Gibbs measures and a generalized variational principle, Ergodic Theory and Dynamical systems, 2009 (to appear), 査読有

(2)Michiko Yuri, Polynomial decay of correlations for intermittent sofic systems, Discrete and Continuous dynamical systems, 22, 2008 (445-464), 査読有

[学会発表] (計 3 件)

(1)Michiko Yuri, A generalized variational principle for non-stationary process and a realization of the infinite past, Dynamics of complex systems 2008, September 2 2008, 北海道大学遠友学舎

(2)Michiko Yuri, Polynomial decay of correlations for intermittent sofic systems, エルゴード理論とその応用, December 20 2007, 慶應義塾大学日吉キャンパス

(3)Michiko Yuri, Entropy production at weak Gibbs measures and a generalized variational principle, Nonuniformly Hyperbolic Dynamics and Smooth Ergodic Theory, June 28 2007, Institute Superior Tecnico, Lisbon, PORTUGAL

6. 研究組織

(1) 研究代表者

由利 美智子 (YURI MICHIKO)
北海道大学・大学院理学研究院・教授
研究者番号: 70174836

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし