

平成22年4月1日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2009

課題番号：19540130

研究課題名（和文） 集合値計画法における微分概念の研究とその応用

研究課題名（英文） A notions of directional derivative for set-valued maps on set optimization programming and its applications

研究代表者

黒岩 大史（KUROIWA DAISHI）

島根大学・総合理工学部・准教授

研究者番号：40284020

研究成果の概要（和文）：集合値最適化問題が表現でき、かつ集合値写像の微分概念が自然に定義できるように空間と位相を導入した。そして微分の計算や双対理論を構築するための新しい概念を定義し、解を求めるための方法をより明確にした。

研究成果の概要（英文）：We study optimization problems whose objective maps are set-valued maps based on criteria called 'set optimization.' We introduce a quotient space of a family of sets with an equivalence relation, we show the set optimization problems are embedded in the space, and we consider methodology to find solutions.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2009年度	1,200,000	360,000	1,560,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	960,000	4,460,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般

キーワード：集合値最適化、微分概念、多目的最適化、数理計画法、集合値計画法

1. 研究開始当初の背景

『集合値計画問題』とは、実社会における多様な価値観を集合値写像によって自然に表現することが可能な問題であり、この問題は1996年に研究代表者によって導入されたものである。「数理計画問題」とは、与えられた制約条件の下でより良い目的を達成するための数理モデルであり、理学、経済学、工

学の分野にとどまらず、経営、政策なども含む非常に有用性の高い問題である。この問題を、目的が複数であっても対応できるようにモデル化したのが「多目的計画問題」であり、これまでに四半世紀程の研究が行われている。例えば何か欲しいものを購入する場合、出来るだけ良い品を買いたい（目的1）、出来るだけ安く買いたい（目的2）という二つ

の目的を同時に達成させたいと考えるのは自然なことであり、この問題は広い適用範囲を持つ。しかしながら実社会においては多目的計画問題としては表現できない場合もある。例えばチームやクラス、部署や会社等のグループ同士の比較の際である。優秀なグループを選ぶには、個人の能力のみで比較するのではなく、構成員全体の能力によって判断されるべきである。このような考えに基づいて、集合値写像を用いて多目的計画問題を拡張したものが『集合値計画問題』である。グループ間の比較が可能となり、かつ実社会における多様な価値観を集合値写像によって自然に表現することが可能となるため、複雑かつ多彩な社会現象を紐解くことが可能となる。

この研究はゲーム理論、数理経済学などを始めとする種々の最適化理論の関連分野への新しいアプローチを持つものとして国際的に評価されており、強く発展が望まれている。日本ではこれまで研究代表者によって、ほぼ単独に集合値計画法の研究が進められているが、特に多目的最適化の世界的権威である J. Jahn にも注目され、彼の書籍 (Vector optimization. Theory, applications, and extensions. Springer-Verlag, Berlin, 2004) にも取り上げられており、また E. Hernandez, L. Rodriguez-Marin 等の研究グループでは精力的に集合値計画問題の研究に取り組んでおり、その研究は進みつつあった。

2. 研究の目的

本研究では集合値計画法において適切な微分概念を導入し、集合値写像の微分概念についての理論を構築することが目的である。さらに集合値写像の凸性と導関数の単調性の関連を明らかにし、不動点理論を用いて集合

値計画法を解くための手法を導入し、集合値計画法の発展を目指す。

3. 研究の方法

主に次のようなアイデアに基づいて研究を行った。

- 集合値最適化問題が表現でき、かつ集合値写像の微分概念が定義できるように空間と位相を導入することによって、自然な考え方ができるような工夫をした。
- 微分の計算や双対理論を構築するための新しい概念を定義し、解を求めるための方法をより明確にするような工夫をした。

4. 研究成果

主に次のような研究成果を得た。

- 集合値最適化問題が表現でき、かつ集合値写像の微分概念が定義できるような空間と位相を導入することが出来た。
- 不等式型の制約を持つ集合値最適化問題の考察を行った。まずは不等式型の制約条件を、集合値計画法にとって適切となるように拡張し、この問題に対して制約想定の研究を行った。スレーター型の条件を導入し、解の特徴付けに関する定理を述べた。さらに、ある凸関数型の条件を満たすどのような目的関数に対しても解の特徴付けが可能となるような最も弱い制約想定を導入し、同値性に関する定理を導くことで、集合値計画法の基礎となる理論の一部を築いた。
- 集合族における線形結合、一次独立の概念を導入した。この考え方に基づいて、集合値最適化問題をこれまでよりも比較利用しやすい形でモデル化し、観察した。微分概念を用いた解法を明らかにし、またこれまで困難だった双対空間を正

しく記述することによって、これまでの結果と合わせ、双対理論からの解法のアプローチを示した。

- 集合値最適化問題への適用を考察しながら、いくつかの拡張凸概念を導入し、これらの最適化問題について複数の結果を導いた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 14 件)

- ① S. Suzuki and D. Kuroiwa, Generalized characterizations of set containments for a certain class of quasiconvex functions, *Nonlinear Analysis and Optimization*, to appear, 査読有.
- ② D. Kuroiwa, On derivatives and convexity of set-valued maps and optimality conditions in set optimization, *Journal of Nonlinear and Convex Analysis*, 1 (2009) 41--50, 査読有.
- ③ S. Suzuki and D. Kuroiwa, Set containment characterization for quasiconvex programming, *Journal of Global Optimization*, 45 (2009) 551--563, 査読有
- ④ D. Kuroiwa, Set optimization theory and its applications, *International workshop on computational intelligence & applications proceedings*, 2009, 267-269, 査読有.
- ⑤ S. Suzuki and D. Kuroiwa, Set containment characterization and mathematical programming, *International workshop on computational intelligence & applications proceedings*, 2009, 264-266, 査読有.
- ⑥ Y. Seno, M. Tsubokura, and D. Kuroiwa, 関数の生成集合について, *RIMS Kokyuroku* 1643 (2009) 207-211, 査読無.
- ⑦ S. Suzuki and D. Kuroiwa, 集合の包含に関する一般化された結果とその適用例, *RIMS Kokyuroku* 1643 (2009) 134-138, 査読無.
- ⑧ T. Nuriya and D. Kuroiwa, An evaluation of efficient points for vector optimization, *Taiwanese Journal of Math.*, 12 (2008) 2063--2082, 査読有.
- ⑨ D. Kuroiwa, On derivatives of set-valued maps in set optimization, *RIMS Kokyuroku* 1611 (2008) 51-55, 査読無.
- ⑩ S. Suzuki and D. Kuroiwa, Characterizing set containments with quasiconvex inequalities, *RIMS Kokyuroku* 1611 (2008) 56-60, 査読無.
- ⑪ D. Kuroiwa and T. Nuriya, A generalized embedding vector space in set optimization, *Proceedings of the Forth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis*, 297--303, Yokohama Publ., Yokohama, 2007, 査読有.
- ⑫ T. Nuriya and D. Kuroiwa, A topology on the embedding space in set optimization, *Proceedings of the Forth International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis*, 497--503, Yokohama Publ., Yokohama, 2007, 査読有.
- ⑬ S. Suzuki, M. Kurokawa, and D. Kuroiwa, Observation on various conjugates of

quasiconvex functions, RIMS Kokyuroku 1544 (2007) 206-211, 査読無.

- ⑭ T. Nuriya and D. Kuroiwa, On an equivalence relation between efficiency, RIMS Kokyuroku 1544 (2007), 212-215, 査読無.

[学会発表] (計 13 件)

- ① D. Kuroiwa, Set optimization theory, Seminars on applied mathematics, 2010/3/22, National sun yat-sen university, Taiwan.
- ② D. Kuroiwa, Set optimization theory, Workshop on optimization analysis and its applications, 2010/3/20, Tsing Hua, Taiwan.
- ③ D. Kuroiwa, Set optimization and duality theorems, AHA2009, 2009/12/19, Kaohsiung, Taiwan.
- ④ D. Kuroiwa, Set optimization theory and its applications, International workshop on computational intelligence & applications 2009, 2009/11/11, Higashi Hiroshima, Japan.
- ⑤ D. Kuroiwa, Set optimization theory and its applications, International workshop on Institutional supply chain management, 2009/8/9, Xian, China.
- ⑥ D. Kuroiwa, Constraint Qualification for Set Optimization Programming, NACA2009, 2009/3/30, Tokyo, Japan.
- ⑦ D. Kuroiwa, On Directional Derivatives in Set Optimization, NAO-Asia 2008, 2008/9/15, Matsue, Japan.
- ⑧ D. Kuroiwa, On Directional Derivatives of Set-valued Maps,

SJOM2008, 2008/8/28, Tainan, Taiwan.

- ⑨ D. Kuroiwa, Optimality Conditions for Set Optimization Problems with Derivatives of Set-Valued Maps, WCNA2008, 2008/7/8, Florida, USA.
- ⑩ D. Kuroiwa, On derivatives of set-valued maps in set optimization and its applications, ICOTA2007, 2007/12/15, Kobe, Japan.
- ⑪ D. Kuroiwa, On Derivatives for Set-Valued Maps and Its applications, ISNACA2007, 2007/11/24, NSYSU, Kaohsiung, Taiwan.
- ⑫ D. Kuroiwa, On Derivatives of Set-Valued Maps in Set Optimization, 非線形解析学と凸解析学の研究, 2007/9/3, 京都大学数理解析研究所.
- ⑬ D. Kuroiwa, On Derivatives of Set-Valued Maps and Optimality in Set Optimization, NACA2007, 2007/5/31, National sun yat-sen university, Taiwan.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

黒岩 大史 (KUROIWA DAISHI)
島根大学・総合理工学部・准教授
研究者番号：40284020

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

田中 環 (TANAKA TAMAKI)
新潟大学・自然科学系・教授
研究者番号：10207110

山内 貴光 (YAMAUCHI TAKAMITSU)
島根大学・総合理工学部・講師
研究者番号：00403444

松下 慎也 (MATSUSHITA SHIN-YA)
秋田県立大学・システム科学技術学部・助教
研究者番号：20435449