

研究種目：基盤研究 (C)
 研究期間：2007～2008
 課題番号：19540132
 研究課題名 (和文) 生物個体群動態の離散時間モデルにおける数学的構造の合理性に関する研究
 研究課題名 (英文) On the mathematically rational structure of the time-discrete model for biological population dynamics.

研究代表者 瀬野 裕美 (SENO HIROMI)
 広島大学・大学院理学研究科・准教授
 研究者番号：50221338

研究成果の概要：本研究では、生物個体群動態（生物の総個体数や密度などの時間変動の様相）に関して、理論的研究に用いられてきた非線形差分方程式系による離散時間モデルの構造（関数形 etc.）の生物現象の構造との論理的な整合性について体系的に数理的な考察を行った。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,700,000	510,000	2,210,000
2008年度	1,600,000	480,000	2,080,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：応用数学，モデル化，生態学，数理生物学

1. 研究開始当初の背景

昨今、生態学において、数理モデルを用いた研究がさらに急増している。数理モデルを応用した研究の有意義性がより強く認識されてきたことと、数理モデルの解析がコンピュータを用いてより手軽にできるようになったことがそれを後押ししていると考えられる。そのような状況において、常に議論となるのは、研究対象とする生態現象に対してどのような数理モデルが適切であるか、という問題である。この問題を直に扱う数理的研究は未だ多くはないが、近年の国際会議や出版物において、数理モデルの構造の意味や解釈に関する発表内容、あるいは、それらをキ

ワードとしたセッションが目立って増加していることは事実である。本研究は、この問題に直接関わるものである。

2. 研究の目的

本研究では、生物個体群動態（生物の個体群サイズ [総個体数や密度など] の時間変動の様相）に関して、数理生態学の歴史においてほとんど独立に構築され、理論的研究に用いられてきた非線形差分方程式系による離散時間モデルと非線形微分方程式系による連続時間モデルの間の関連性を数学的に検討することによって、離散時間モデルや連続時間モデルの構造（関数形 etc.）の合理性 [生

物現象の構造との論理的な整合性]について体系的に数理的な考察を行うことを目指した。

3. 研究の方法

Lotka-Volterra 型餌-捕食者系モデルや Kermack-McKendrick 伝染病モデルなどの歴史的に有名な他の2種個体群動態に関する連続時間モデルに対する離散時間モデルを構成し、その解の構造と元の連続時間モデルの解の構造の数学的な比較を行った。数値実験により、どの程度まで、元の連続時間モデルの解の特性を、対応する離散時間モデルの解が保持しているかを調べた。数学的には、平衡解の特性(存在性, 安定性を含む)の対比が最初のステップとなっている。この解析により、より一般的な2種個体群動態に関する連続時間モデルに「対応すべき」離散時間モデルの構造に関する手がかりについて議論した。さらに、これらの研究成果に基づき、相互作用のある2種個体群動態についてのより一般的な離散時間モデルの解の特性の数学的な検討を行い、生物個体群動態における密度効果や種間相互作用の数理モデリング(数理モデルへの導入・表現)に関しての合理性[生物現象の構造と数学的構造の間の論理的な整合性]について議論を展開した。

4. 研究成果

(1) P.H. Leslie (1958) による連続時間モデルからの離散時間モデル構成法について、単一種個体群動態のより一般的な(1次元)数理モデルに対する独自の拡張を行い、1次元非線形常微分方程式による連続時間モデルから導出された1次元非線形差分方程式による離散時間モデルに関して、元の連続時間モデルの平衡点の存在性と局所安定性がどのように保持されているかを数学的に詳細に検討した(Seno, 2003)。さらに、研究代表者によるこの研究成果を応用し、数値計算も適宜利用することによって、Lotka-Volterra 型餌-捕食者系モデルや Kermack-McKendrick 伝染病モデルなどの非線形常微分方程式系による歴史的に有名な連続時間モデルに対する離散時間モデルを構成し、その解の特性と元の連続時間モデルのそれとの数学的な比較も行った。

(2) 歴史的に有名な非線形常微分方程式系による連続時間モデル Lotka-Volterra 型餌-捕食者系モデルに対する離散時間モデルを構成し、その解の特性と元の連続時間モデルとの数学的な比較を行い、新しく開発した方法で導出した離散時間モデルが時間の差分(時間ステップ)の大きさに対して、相当に高いロバストネスで、元の連続時間モデル

のもつ定常解の特性を定性的に保持する性質を有することを数学的に示し、論文として発表するとともに、国際研究集会などで発表した。歴史的に数理生態学の数理モデルとしては、微分方程式を用いた連続時間モデルが主流であるが、差分方程式をもちいた離散時間モデルでは、数理モデリングにおいて、実際の生態現象における事象の時系列(生活史, 捕食や寄生の時期など)を陽に組み込める利点がある一方、離散時間モデルの解の特性の解析には、数学的な困難も多い。しかし、本研究で開発された手法により、連続時間モデルと離散時間モデルの間の関連性についての数理的な議論が可能であり、その結果、特に、離散時間モデルの新しい一つの構成手順についての提案が得られた。

(3) さらに、その手順を応用し、農業における「誘導多発生(resurgence)」現象(害虫防除に農薬を使用した結果、逆説的に害虫密度が増大する現象)に関する新しい離散時間モデルを構成し、解析した。誘導多発生現象は、農薬による派生現象としての天敵減少や害虫の生理的変性、あるいは、薬剤耐性の顕在化を原因として議論されてきたが、本研究の理論的結果として、その害虫が属する生態系に内在する種間関係のみで誘導多発生現象が生じうることが示され、観測されてきた誘導多発生にもこの生態学的要因によって生じたものも少なくないのではないかと示唆が得られた。成果は関連する研究集会で発表しつつ、論文としても発表した。

(4) 個体群動態における観測データが例外なく離散的な時系列として得られるという観点から、昨今、数理モデル研究が盛んに議論されるようになってきている感染症の伝染ダイナミクスについても、離散時間モデルの構築に関する課題は多様である。本研究の延長として、やはり、従来、非線形常微分方程式系による連続時間モデルを用いて議論されてきた伝染病ダイナミクスモデルに関して、離散時間モデルのモデリング研究を開始している。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

1. 瀬野裕美, 2008. 生態学的相互作用が害虫駆除による害虫増加を引き起こす- 数理モデルによって示唆される新しい可能性 (Native interspecific reaction may cause the paradox of pest control: A new possibility implied by mathematical model), 京都大学数理解析研究所講究録, 1597: 167-172. 【査読なし】

2. 齋藤保久, 瀬野裕美, 2008. 移動相の効果を含む感染症流行モデル, 京都大学数理解析研究所講究録, 1597: 198-203. 【査読なし】

3. Seno, H., 2008. A paradox in discrete single species population dynamics with harvesting/thinning, *Math. Biosci.*, 214: 63-69. 【査読あり】

4. Nakajima, H., Yonejima, K., Matsuoka, T. and Seno, H., 2008. Lotka-Volterra two species system with periodic interruption of competition, *J. Biol. Sys.*, 16: 295-308. 【査読あり】

5. Matsuoka, T. and Seno, H., 2008. Ecological balance in the native population dynamics may cause the paradox of pest control with harvesting, *J. theor. Biol.*, 252: 87-97. 【査読あり】

6. Seno, H., 2007. Temporally interruptive interaction allows mutual invasion of two competing species dispersing in space, *Math. Model. Nat. Phenom.*, 2: 105-121. (issued in June, 2008) 【査読あり】

7. Seno, H., 2007. A discrete prey-predator model preserving the dynamics of a structurally unstable Lotka-Volterra model, *J. Diff. Eqns. Appl.*, 13: 1155-1170. 【査読あり】

8. 瀬野裕美, 2007. 離散時間個体群動態モデルにおける密度効果の数理解析モデリング (Mathematical modelling for density effect in timediscrete population dynamics model), 京都大学数理解析研究所講究録, 1556: 11-58. 【査読なし】

[学会発表] (計 1 1 件)

1. H. Seno, Some Remarks on Time-Discrete Models for the Epidemic Population Dynamics (感染症個体群動態に関する時間離散モデルについての考察), 京都大学数理解析研究所共同利用研究集会「第 5 回生物数学の理論とその応用」(京都大学数理解析研究所, 京都), 1 月 13 日~16 日, 2009.

2. Y. Saito and H. Seno, A Multi-Community Epidemic Model with Central Infection Place, R_0 and Related Concepts: Methods and Illustrations (SAF, agriculteurs de

France, 8 rue d' Athènes 75009, Paris, France), 29 October - 1 November, 2008.

3. H. Seno, Population Size Control with Harvesting/Thinning in Discrete Population Dynamics, The Japan-France CNRS Laboratory ReaDiLab (LIA 197) 2008 Conference on Mathematical Understanding of Complex Phenomena Arising in Biology, Biomimetic Systems and Medicine (明治大学駿河台キャンパス, 東京), 27-29 October, 2008.

4. H. Seno, 離散時間モデルにおける駆除/間引きによる逆説的増加に関する研究 (On a paradoxical outbreak caused by harvesting/thinning in discrete population dynamics), 第 24 回個体群生態学会 年次大会 (東京大学本郷キャンパス, 東京), 10 月 18 日~19 日, 2008.

5. H. Seno, A Paradoxical Outbreak Caused by Harvesting/Thinning in Discrete Population Dynamics, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics 2008 (五ヶ村集落センター, 宮崎県西臼杵郡高千穂町), 1-4 September, 2008.

6. H. Seno, A Paradoxical Outbreak Caused by Harvesting/Thinning in Discrete Population Dynamics, The Second China-Japan Colloquium of Mathematical Biology (Okayama University, Okayama, Japan), 4-7 August, 2008.

7. Y. Saito and H. Seno, Phase-Compartmental Model on Transport-Related Infection, KMS 2007 Autumn Conference (Korea Advanced Institute of Science and Technology), 20-21 October, 2007.

8. H. Seno and T. Matsuoka, Indirect Effect May Cause The Paradox of Pest Control, BIOCOMP2007 - Collective Dynamics: Topics on Competition and Cooperation in the Biosciences (Lloyd's Baia Hotel, Vietri sul Mare, Salerno, Italy), 24-28 September, 2007.

9. H. Seno and T. Matsuoka, Interspecific Reaction May Cause The Paradox of Pest Control, ReaDiLab Conference "Mathematical modeling and analysis in biological and chemical systems" (University of Paris-Sud XI, Orsay, and IHES, Bures-sur-Yvette, France), 3-5

September, 2007.

1 0 . Y. Saito and H. Seno, Phase-Compartment Model for Transport-Related Disease Infection, SMB/JSMB Joint Meeting, the minisymposium "Coupling epidemiological and ecological predation-competition models (Eco-epidemiology)" (organized by F.M. Hilker and H. Malchow) (San Jose, CA, USA), 31 July - 3 August, 2007.

1 1 . H. Seno and T. Matsuoka, Interspecific Reaction May Cause The Paradox of Pest Control, SMB/JSMB Joint Meeting (San Jose, CA, USA), 31 July - 3 August, 2007.

〔図書〕 (計 2 件)

1. 瀬野裕美「第 1 章 個体群動態の数理モデリング序論」, pp. 1-43, 『『数』の数理生物学』 (日本数理生物学会編, 瀬野裕美責任編集), 共立出版, 東京, 2008 年 9 月.

2. 瀬野裕美「数理生物学—個体群動態の数理モデリング入門」, pp.352, 共立出版, 東京, 2007 年 6 月.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

瀬野 裕美 (SENO HIROMI)

広島大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号 : 50221338

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者