

平成 22 年 6 月 3 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2009

課題番号：19540159

研究課題名 (和文) 可換 Banach 環及び Banach modules の分類とその応用

研究課題名 (英文) Classifications of commutative Banach algebras and Banach modules and its applications

研究代表者

高橋眞映 (TAKAHASHI SIN-EI)

山形大学・大学院理工学研究科・教授

研究者番号：50007762

研究成果の概要 (和文)：

1990年に代表者及び分担者によって導入された可換 Banach 環のある種のクラスに端を発し、擬位相と呼ばれる新しい概念を導入することによって、より精密なクラス分けに成功した。更にこのクラス分けにより、個々の具体的な可換 Banach 環達の位置付けを明確にした。更に応用面では、ある種の安定問題や不等式の分野で幾つかの成果を上げている。

研究成果の概要 (英文)：

The author and coauthor succeeded in classifying commutative Banach algebras more closely by using the notion of quasi topology, which is originated from certain classes of Banach algebras introduced by the authors in 1990. In addition, the authors investigated classes for some concrete commutative Banach algebras. As applications, the authors solved certain stability problems and obtained several inequalities.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
2009年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	3,000,000	900,000	3,900,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：commutative Banach algebra, Segal algebra, convolution measure algebra, quasi-topology, approximate identity, Hyers-Ulam stability, inequality

1. 研究開始当初の背景

1980年代後半から漠然と可換 Banach 環の Gelfand 変換像や乗作用素環の Helgason-Wang 変換像を何らかの形で特徴付けられないかと考えて来た。これは大変難し

い抽象的な問題であり、それまでこのような抽象的問題の研究は諸外国を通じても皆無であった。それまでの研究成果をもとに1995年初めて本研究で科研費が当たり、その後殆ど変わることなく連続して本研究が続

いて来た。

2. 研究の目的

人が物を理解する上で重要な手法の一つに分類があり、そしてそれを応用することで、更に理解が深まると考えられる。さて分類の方法の一つに、ある条件を設定し、それらを満たすクラスを考えることによって分類するという方法がある。本研究は上の理念に従って、可換 Banach 環やその上の乗作用素環及び Banach modules を自然な条件を設定することによって分類し、具体的な環や module がどのクラスに属するか、また同じクラスに属する環や module はどんな性質を共有するのかを調査し、更にその応用を考察することにより、可換 Banach 環や Banach modules の本質を探ろうとするところにある。

3. 研究の方法

本研究は抽象的な問題を解く事があるので、先ず解決の糸口を探さなくてはならない。それには街に出て良い物件を探すように、具体的な定理を探すことから始める。丁度良い物件として、調和解析に現れる Bochner-Shoenberg-Eberlein の定理と Doss の定理がある。他に Hyers-Ulam 型安定性定理などがある。これらの定理を抽象的に焼き直す事によって、可換 Banach 環を更に分類して、それらに属する具体的な可換 Banach 環を探すことによって、研究目的を達成しようとする方法をとる。

4. 研究成果

1990年代前半に高橋 羽鳥が導入した Bochner-Shoenberg-Eberlein 型定理を満たす可換 Banach 環のクラス (BSE-class) に端を発し、本研究は、可換 Banach 環を4つのクラスに分類してそれぞれに属する具体的な可換 Banach 環の例を複数探す事に成功した。これは Gelfand 変換像の特徴付け問題を考察する事によって得られるのであるが、その特徴付け問題は、擬位相と言う新しい概念を導入する事によって得られた。今後この擬位相による新しい特徴付けの研究が益々発展すると予想される。また本研究の応用として、関連する分野で幾つかの成果を上げて来たが、今後もその応用が期待される。また近年 BSE-class に属する可換 Banach 環の有用性が海外で認められ、幾つかの論文を散見することができる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計25件)

1. Osamu Hatori, Kiyotaka Kobayashi, Takeshi Miura and Sin-Ei Takahasi, Reflections and a generalization of the Mazur-Ulam theorem, Rocky Mountain J. Math. 査読有 (印刷中)
2. Sin-Ei Takahasi, John M. Rassias, Saburo Saitoh and Yasuji Takahashi, Refined generalization of the triangle inequality on Banach space, Math. Inequal. Appl. 査読有 (印刷中)
3. Osamu Hatori, Isometries between groups of invertible elements in Banach algebras, Studia, Math., 査読有, 194-3(2009), 293-304
4. Takeshi Miura, Sin-Ei Takahasi, Norio Niwa and Hirokazu Oka, On surjective ring homomorphisms between semi-simple commutative Banach algebras, Publ. Math. Debrecen, 査読有, 73(2008), 119-131
5. Sin-Ei Takahasi, Takeshi, Miura and Hiroyuki Takagi, Exponential type functional equation and its Hyers-Ulam stability, J. Math. Anal. Appl., 査読有, 329(2007), 1191-1203
6. Jyunji Inoue and Sin-Ei Takahasi, On characterizations of the image of the Gelfand transform of commutative Banach algebras, Math. Nachr., 査読有, 280, No. 1-2(2007), 105-126
7. Takeshi Miura, Sin-Ei Takahasi and Norio Niwa, Prime ideals and complex ring homomorphisms on a commutative algebra, Publ. Math. Debrecen, 査読有, 70/3-4(2007), 453-460

[学会発表](計6件)

1. 高木啓行、乗法的複素数値関数を超安定にさせる2項演算の決定、日本数学会、2010年3月26日、慶応大学
2. 高橋眞映、複素数値関数の超安定性と2項演算、2009年9月25日、大阪大学
3. 羽鳥理、乗法的にスペクトルを保存する写像の構造定理とその拡張、日本数学会、

- 2008年9月24日、東京工業大学
4. 高橋眞映、可換 Banach 環を知ろう、日本数学会、2008年3月25日、近畿大学
 5. 高橋眞映、作用素の Cauchy-Euler 型因数分解、日本数学会、2007年9月、21日、東北大学
 6. 羽鳥理、関数環上のある種の値域保存写像、日本数学会、2007年9月21日、東北大学

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高橋 眞映 (TAKAHASI SIN-EI)
山形大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：50007762

(2) 研究分担者

羽鳥 理 (HATORI OSAMU)
新潟大学・自然科学系・教授
研究者番号：70156363

(3) 連携研究者

()

研究者番号：