

平成21年 3月19日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2008

課題番号：19540165

研究課題名（和文） 非局所微分方程式および畳込み方程式の代数解析的研究

研究課題名（英文） Algebraic analytical study of non-local differential Equations and convolution equations

研究代表者

氏名（ローマ字）：石村 隆一（ISHIMURA Ryuichi）

所属機関・部局・職：千葉大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：10127970

研究成果の概要：

有界超関数および周期性をもつ超関数の層を定義し、周期的な係数を持つ微分方程式に対し、将来において有界な解があれば周期解が存在する、というMassera型の定理を超関数の枠組みで定式化し、証明した。

さらに、超幾何関数を初期値とするある種のフックス型の微分方程式を考察することにより、多変数の特殊関数を得ることができた。

次に、正則自己被覆を持つ無限型リーマン面および、正則自己被覆から導かれるTeichmüller空間上の正則写像の力学系に関して研究した。

そして、 \mathbb{Z}^n の、Cuntz環 O_2 への作用が Rholin の性質を持つこと、およびそれらが互いに cocycle conjugate であることを示した。

また、未だ投稿中ではあるが、非局所擬微分作用素に対し可逆性定理を証明し、これを用いることにより非局所擬微分方程式の複素領域における可解性および解の解析接続定理を証明した。さらに、定数係数の場合に解を具体的に構成する公式を与えた。また、特に、微分・差分方程式に対して、演算子法公式を得ることができた。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,900,000	570,000	2,470,000
2008年度	1,500,000	450,000	1,950,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：非局所微分方程式、畳込み方程式、代数解析学、整関数、演算子法

科学研究費補助金研究成果報告書

1. 研究開始当初の背景

昨年度までの科学研究費により、1点における擬微分作用素の構成、非局所擬微分作用素のコホモロジー論的再構成および整函数の空間に作用する作用素と無限階微分作用素との関係に関する結果が得られている：

・11-12 年度科学研究費補助金基盤研究(C)
「擬微分方程式と合成積方程式の代数解析的研究」

(代表者：石村隆一 課題番号：11640153)

複素領域における斉次畳込み方程式の正則関数解の解析接続問題を、方程式の特性集合を定数係数線型偏微分方程式の場合の自然な一般化となるように導入し、解が一斉に解析接続される領域を特性集合によって記述した。特に、無限階の微分・差分方程式に対する正則解の解析接続問題は、ほぼ完全に解けた。無限階微分・差分方程式の特性集合に対する評価を得、特性方向を任意に与えた時、対応する畳込み作用素の構成を行った。更に、管状領域の場合に、自然な条件の下で、特性集合の定義がシンボルの零点の無限遠での集積方向と一致することを証明した。

・13-14 年度科学研究費補助金基盤研究(C)
「層と無限階微分方程式の代数解析的研究」

(代表者：石村隆一 課題番号：13640154)

微分・差分作用素を含むようなクラスとしての非局所的な擬微分作用素のクラスをコホモロジー的に自然な形で定義し、それらについて合成、正則関数への作用を自然に定義し、対応する表象のクラスを定義し、作用素と表象の 1 : 1 対応を積分公式として与えた。

・15-16 年度科学研究費補助金基盤研究(C)
「複素領域における非局所擬微分方程式の代数解析的研究」

(代表者：石村隆一 課題番号：15540155)

1点における正則関数の芽に作用する非局所擬微分作用素のクラスをコホモロジーを用いて定式化し、それらの間の合成、関数への作用を定めることができた。

・17-18 年度科学研究費補助金基盤研究(C)
「非局所微分方程式と演算子法の代数解析的研究」

(代表者：石村隆一 課題番号：17540147)

層の超局所理論を用いて、Fourier-Sato 変換によって非局所擬微分作用素のクラスを定義し、それらの合成、関数への作用を層論的に構成した。また、高階の整函数の空間に連続に作用する作用素を無限階微分作用素として特徴づけた。

本研究はこれらをもとに、さらに研究を推し進めることを目指した。

2. 研究の目的

本研究では、無限階を含む非局所的擬微分方程式、微分方程式や畳込み方程式を含む関数方程式、特に複素領域における方程式に対する代数解析学的研究を中心とし、さらに \mathbb{C}^* 環や Teichmüller 空間に関する研究を行った。

研究の背景の項に述べたように、これまでの科学研究費による研究代表者および連携研究者の研究により、畳込み方程式や無限階を含む微分・差分方程式に関する解の構成、正則解の解析接続について、および非局所擬微分作用素や1点における擬微分作用素の層の超局所理論的定式化と様々な性質について、多くの結果を得ている。そこで、この研究ではそれらの結果と手法に関する経験をもとにして、特に、当初の研究目的として以下の3つの研究テーマに取り組んだ。

(1) 非局所擬微分方程式および畳込み方程式の演算子法と可解性の研究。

(2) 1点において定義される非局所擬微分作用素の定式化と対応する方程式の可解性。

(3) 整函数の空間における無限階微分方程式の研究。

(1) では、現在までに得られている、非局所擬微分作用素に関する、コホモロジーを用いた定式化、合成や関数への作用を再構成しなおすことにより、対応する非局所擬微分方程式に対する、可解性および特殊解を構成するための演算子法公式を得ることを目指した。続いて (2) では、非局所擬微分作用素の一般化として、1点において定義される擬微分方程式に関する、層の超局所理論を用いた現在までのものより、より層論的な定式化と合成を含む諸性質、可解性についてのより深い考察を目指した。さらに、(3) では、特に整函数の空間において無限階微分方程式を取り扱い、解の存在についての研究を行うことを目標とした。

3. 研究の方法

上記研究の目的を遂行する為に、研究代表者および連携研究者は、相互間の研究討論のほかに、国内および国外への科学研究費を用いた出張を行い、研究集会に出席し情報を収集しました研究成果の発表を行い、さらに関連する研究者を訪れ研究討論を行った。国外への出張としては、研究代表者による、ウィーン工科大学への研究発表および情報収集のた

めの出張、連携研究者岡田によるポーロニヤ大学への研究討論および情報収集のための出張がある。

研究目的のために、関連する線型および非線型の微分方程式に関する著書を購入し、これらを研究することにより、研究の深化に役立てた。これらのうち特に、包含系または形式的可積分系の代数解析的研究に関する幾多の書籍は、研究目的で当初研究することを目指したテーマに対して、非線型偏微分方程式系の研究に用いられる最近の結果と手法および問題意識を理解することにより、新たな研究方向を模索する手がかりを得ることができた。

非局所擬微分方程式の一般理論・演算子法を構築するという目的のために、具体的な微分・差分方程式に対するいくつかの実験的例計算を行い理論の構成とその構造の理解に役立てること、および研究連絡と研究成果発表に役立てるためにパーソナルコンピューターを導入した。

4. 研究成果

研究の背景にある3つの目的の中

(1) 非局所擬微分方程式および畳込み方程式の演算子法と可解性の研究

については、非局所擬微分方程式の解の構成、解の延長、演算子法に関する研究成果があり、結果は現在投稿中である。具体的には、非局所擬微分作用素に対し可逆性定理を証明し、これを用いることにより非局所擬微分方程式の複素領域における可解性および解の解析接続定理を証明した。さらに、定数係数の場合に特殊解を具体的に構成する公式を与えた。また、特に、微分・差分方程式に対して、演算子法公式を得ることができた。研究初年度の2007年にウィーン工科大学において開催された微分方程式の国際研究集会 Equadiff 2007 においてこれらを含む成果の発表を行った。

しかしながら、

(2) 1点において定義される非局所擬微分作用素の定式化と対応する方程式の可解性および

(3) 整函数の空間における無限階微分方程式の研究

については特に具体的な形としての成果は未だ得られず、今後の継続研究課題とした。

論文 [1] において、有界超函数および周期性をもつ超函数の層を定義し、周期的な係数を持つ微分方程式に対し、将来において有界な解があれば周期解が存在する、というMa

ssera 型の定理を超函数の枠組みで定式化し、証明した。

また、論文 [2] において、超幾何函数を初期値とするある種のフックス型の微分方程式を考察することにより、多変数の特殊函数を得ることができた。

論文 [3] においては正則自己被覆を持つ無限型リーマン面および、正則自己被覆から導かれるTeichmüller 空間上の正則写像の力学系に関して研究した。

さらに論文 [4] では、 \mathbf{Z}^N の、Cuntz 環 O_2 への作用が Rholin の性質を持つこと、およびそれらが互いに cocycle conjugate であることを示した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

[1] Yasunori OKADA, Massera criterion for linear functional equations in a framework of hyperfunctions, Journal of Mathematical Sciences, The University of Tokyo, 15 (2008), 15--51.

[2] Toru TSUTSUI, Fuchsian initial value problem on the complex projective plane with hypergeometric functions as data along a line, to appear in Kyushu Journal of Mathematics, 63 (2009).

[3] Ege FUJIKAWA, Katsuhiko MATSUZAKI and Masahiko TANIGUCHI, Dynamics on Teichmüller spaces and self-covering of Riemann surfaces, Mathematische Zeitschrift 260 (2008), 865--888.

[4] Hiroki Matui, Classification of outer actions of \mathbf{Z}^N on O_2 , Adv. Math. 217 (2008), 2872--2896.

[学会発表] (計1件)

Ryuichi ISHIMURA, Infinite order differential operators and endomorphisms of the space of entire functions, Equadiff 2007, August 5-11, 2007, Vienna University of Technology, Vienna, Austria

6. 研究組織

(1) 研究代表者

石村 隆一 (ISHIMURA Ryuichi)
千葉大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：10127970

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

岡田 靖則 (OKADA Yasunori)
千葉大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号：60224028
藤川 英華 (FUJIKAWA Ege)
千葉大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号：80433788
筒井 亨 (TSUTSUI Toru)
千葉大学・大学院理学研究科・講師
研究者番号：00197732
渚 勝 (NAGISA Masaru)
千葉大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：50189172
松井 宏樹 (TATUI Hiroki)
千葉大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号：40345012
宮本 育子 (MIYAMOTO Ikuko)
千葉大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：80159285