

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2010

課題番号：19540167

研究課題名（和文） 最適化理論と不動点理論を介した非線形関数解析学と凸解析学の究明、及びその応用

研究課題名（英文） The Study of Nonlinear Functional Analysis and Convex Analysis and its Applications Based on Optimization Theory and Fixed Point Theory

研究代表者

高橋 渉（TAKAHASHI WATARU）

慶應義塾大学・商学研究科・教授

研究者番号：40016142

研究代表者の専門分野：非線形関数解析学、凸解析学、最適化理論

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：関数解析学、凸解析学、不動点理論、最適化理論、非線形作用素

1. 研究計画の概要

(1) これまでの研究でわき起こった重要で新たな非線形問題を、非線形関数解析学と凸解析学を基礎にした非線形問題として捉え、その問題を非線形最適化理論と不動点理論を介在にして、非線形関数解析学と凸解析学の立場から研究し、新しい非線形関数解析学と凸解析学を構築する。

(2) 理論経済学などで重要な非線形最適化問題を直接解明するするとともに、関連する他の分野の非線形問題にも直接応用が出来るようにいろいろな角度からその問題を研究する。

2. 研究の進捗状況

(1) m -増大作用素と極大単調作用素から、4つの非線形作用素を見つけ出し、そのうち3つの作用素の不動点定理を証明することに成功した。また、その不動点を見つける近似法に対して非拡大写像や擬非拡大作用素の不動点を求める強収束定理や弱収束定理を得た。

また、ハイブリッド法、特にシュリンキング射影法といわれるハイブリッド法による強収束定理を証明することにも成功した。

(2) 像再生や実行可能性問題に関する近似法の研究では、ブロック法のアイデアを利用し、有限個または可算個の非拡大写像などの共通不動点を求める近似法を研究し、新しいハイブリッド法による強収束定理を得た。さらに、ここで得られた実行可能性問題の解決法を使って、擬非拡大作用素に関する弱収束定理をも得た。またこれらを非線形最適化問題に応用し、近接点法に関する新しい結果を得た。

3. 現在までの達成度

当初の計画以上に進展している。

これは科学研究費を使って大量の文献収集やその整理、ならびにこの問題に興味を持っている他大学の研究者との数多くの研究打ち合わせや討論が功を奏した結果であろうと思われる。

4. 今後の研究の推進方策

(1) バナッハ空間の幾何学と不動点の存在
---1980年に、Rayはヒルベルト空間の閉凸集合が有界であるための必要十分条件はその閉凸集合上で定義されたすべての非拡大写像が不動点を持つことであるということを証明した。そのとき、この定理がバナッハ空間に拡張できないかという問題が提起された。この問題は未だに解けていない。この問題に挑戦する。

(2) 非線形均衡点問題と非線形作用素の研究---理論経済学での均衡点問題を非線形関数解析学と凸解析学の立場から究明すると、ヒルベルト空間やバナッハ空間での増大型の非線形作用素の研究となる。特に、バナッハ空間ではそれぞれ異なる4つのタイプの非線形作用素となる。これらのうち、これまでの研究から、2つの非線形作用素の研究に成功したが、依然として残り2つの問題は解けていない。この問題に挑戦する。

(3) 凸関数の劣微分の零点問題と不動点アルゴリズム---よく知られている凸関数の劣微分の零点問題は m -増大作用素や極大単調作用素の零点問題となる。さらにそれはリゾルベントを介すると不動点の存在問題になる。これまでの研究で、4つのリゾルベントのうち、2つのリゾルベントの不動点定理をつくりあげること成功したが、後の2つのリゾルベントの不動点定理は出来ていない。この問題に挑戦する。

(4) m -増大作用素、極大単調作用素と集合値写像の不動点定理の研究--- m -増大作用素、極大単調作用素から発生する集合値写像の不動点定理を研究し、それを非線形発展方程式の問題に応用する。特に、極大単調作用素の非線形半群問題はこれまでの研究でもなかなか難解である。この問題に挑戦する。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計58件)

(1) W. Takahashi,
Viscosity approximation methods for countable families of nonexpansive mappings in Banach spaces,
Nonlinear Anal., 査読有,70 (2009),
719 -734.

(2) F. Kohsaka, W. Takahashi,
Existence and approximation of fixed points of firmly nonexpansive type mappings in Banach spaces,
SIAM J. Optim., 査読有,19 (2008),
824-835.

(3) F. Kohsaka, W. Takahashi,
Generalized nonexpansive retractions and a proximal-type algorithm in Banach spaces,
J. Nonlinear Convex Anal.,
査読有,8 (2007), 197-209.

〔学会発表〕(計17件)

(1) Wataru TAKAHASHI (高橋渉),
Equilibrium Problems, Nonlinear Operators and Fixed Point Theorems,
The 9 -th International Conference on Fixed Point Theory and Applications
2009(ICFPTA2009), July 20, 2009,
National Changhua University of Education,
Changhua, Taiwan.

〔図書〕(計4件)

(1) W. Takahashi,
Yokohama Publishers,
Introduction to Nonlinear and Convex Analysis, 2009,240.

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

取得状況(計0件)

〔その他〕