

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2010

課題番号：19540170

研究課題名 (和文) 粘性流体の中の物体の運動の数学解析

研究課題名 (英文) Mathematical analysis of motions of bodies in a viscous fluid

研究代表者

菱田 俊明 (HISHIDA TOSHIAKI)

名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・教授

研究者番号：60257243

研究代表者の専門分野：函数方程式論

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：非圧縮粘性流体, Navier-Stokes 方程式, Stokes 方程式, 外部領域, 漸近挙動

1. 研究計画の概要

3次元空間にひろがる非圧縮粘性流体の中に剛体の障害物がある。この研究の目的は、物体の運動と流体の運動の相互作用の解析である。流体の運動は Navier-Stokes 方程式により記述され、一方で剛体の運動は並進と回転に分解されて、それらは運動量と角運動量の保存則から導かれる運動方程式により記述される。この連成系の適切性と解の漸近挙動の詳細を明らかにする。

2. 研究の進捗状況

(1) 物体の運動が指定されていて回転角速度が一定で並進はしない場合に、解の存在、一意性、漸近挙動、安定性、漸近形を調べた。回転座標系により一定な外部領域での問題に書き直すとき、剛体の回転角速度ベクトルを係数とする移流項が現れるが、その係数の非有界性より、この移流項を粘性項からの摂動として扱うことができない。この点が当問題の最大の特徴である。まず、この方程式の線型部分が生成する半群の Lebesgue 空間および Lorentz 空間での減衰評価を導出した。これの第一の応用として、小さい定常解の安定性を証明した。次に、第二の応用として、小さい時間周期解を構成し、その安定性も示した。いずれの場合に対しても、擾乱の最適な減衰の速さを導いた。

(2) 上記の問題に対して、定常解の空間無限遠での減衰構造を求めた。回転の効果により引き起こされる異方的な漸近形を求めることを通して、解の形において回転軸が果たす重要な役割を明らかにした。まず基本解の詳細な解析により線型定常解を空間無限遠で漸近展開して、その第一項と第二項を求めた。次に、その知見をもとにして、非線型定

常解に対しても第一項を求めることができた。それは通常の Navier-Stokes 方程式の回転軸対称な自己相似解であり、明示的な表示をもつものである。さらに、これら一連の研究の重要な副産物として、空間2次元の定常問題に対しては、障害物が静止しているよりも回転しているほうが解の良い減衰構造を導くことを明らかにした。

3. 現在までの達成度

① 当初の計画以上に進行している。

(理由)

線型の Stokes 方程式、非線型の Navier-Stokes 方程式、定常問題、非定常問題のいずれのレベルでも、解の漸近挙動に関して最良の結果が得られただけでなく、これら一連の研究成果が2次元外部問題の新しい研究方向を開くという予期していなかった展開も生んだ。

4. 今後の研究の推進方策

(1) 当初の3次元の外部問題に対して、問題の核心部分である障害物の回転の困難は克服され、また回転の効果も明らかにされたので、すでに研究の蓄積の多い並進の効果も考慮することは可能である。さらに、剛体の運動との相互作用を解明し、流体の中を沈殿する物体の最終的な姿勢を明らかにする。

(2) 上記のように、特有の困難をもつことで有名な2次元外部問題について新規な知見を得たので、それをもとにして回転する障害物の周りでの平面流の理論の構築を線型のレベルから行う。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① Toshiaki Hishida, Yoshihiro Shibata, L_p - L_q estimate of the Stokes operator and Navier-Stokes flows in the exterior of a rotating obstacle, Arch. Rational Mech. Anal., 193 (2009), 339—421, 査読有り.
- ② Toshiaki Hishida, The Navier-Stokes flow around a rotating obstacle with time-dependent body force, Banach Center Publ., 86 (2009), 149—162, 査読有り.
- ③ Reinhard Farwig, Toshiaki Hishida, Asymptotic profiles of steady Stokes and Navier-Stokes flows around a rotating obstacle, Ann. Univ. Ferrara Sez. VII Sci. Mat., 55 (2009), 263—277, 査読有り.
- ④ 菱田俊明, 回転する障害物の周りでの非圧縮粘性流体の方程式の数学解析, 数学, 60 (2008), 68—94, 査読有り.
- ⑤ Reinhard Farwig, Toshiaki Hishida, Stationary Navier-Stokes flow around a rotating obstacle, Funkcial. Ekvac., 50 (2007), 371—403, 査読有り.
- ⑥ Toshiaki Hishida, Steady motions of the Navier-Stokes fluid around a rotating body, Adv. Studies Pure Math., 47-1 (2007), 117—136, 査読有り.

[学会発表] (計 3 件)

- ① 菱田俊明, Reinhard Farwig, 回転する物体の周りでの Navier-Stokes 流の漸近形、日本数学会春季年会(一般講演)、2009年3月29日、東京大学.
- ② 菱田俊明, Reinhard Farwig, Asymptotic profile of the steady Stokes flow around a rotating obstacle, 日本数学会秋季総合分科会(一般講演), 2008年9月27日、東京工業大学.
- ③ 菱田俊明、回転する障害物の周りでの非圧縮粘性流体の方程式の数学解析、日本数学会春季年会(特別講演)、2008年3月25日、近畿大学.

[図書] (計 1 件)

- ① 菱田俊明 (小菌,小川,三沢編集)、日本評論社、これからの非線型偏微分方程式(第6章), 2007, 133—150(分担執筆).

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

出願年月日 :

国内外の別 :

○取得状況 (計 0 件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

取得年月日 :

国内外の別 :

[その他]