

平成 22 年 6 月 22 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2009

課題番号：19540175

研究課題名（和文）振動型積分作用素理論とその Feynman 経路積分への応用

研究課題名（英文）The theory of oscillatory integral operator and its application to the Feynman path integral

研究代表者 一之瀬 弥（ICHINOSE WATARU）

信州大学・理学部・教授

研究者番号：80144690

研究成果の概要（和文）：（1）電子など量子力学的粒子はスピンを持つことが知られている。スピンを込めた運動を記述する Feynman 経路積分の厳密な定義を与え、これが従来から知られていた作用素論的な記述と一致することを示した。

（2）電子、陽子などの電荷を持った粒子は電磁場を介して相互作用する。電磁場を量子化して光子を取り扱い、これを媒介として荷電粒子が相互作用しているのを記述するのが量子電磁気学である。本研究では、量子電磁気学に対する Feynman 経路積分の厳密な定義を与えることに成功した。

研究成果の概要（英文）：（1）It is well known that quantum particles, for example electrons, have spin. We succeeded in giving the rigorous definition of the Feynman path integral which describes the movement of particles with spin and showing that this description is equal to that by means of the operator methods.

（2）Charged particles, for example electrons and protons, interact through electric-magnetic field. The quantum electrodynamics quantizes electric-magnetic field, introduces photons and makes the interaction between charged particles through photons clear. In the present study, we succeeded in giving the rigorous definition of the Feynman path integral to the quantum electrodynamics.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2008 年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2009 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：偏微分方程式論、数理物理学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：Feynman 経路積分、振動型積分作用素、擬微分作用素理論、量子力学、スピン、量子電磁気学

1. 研究開始当初の背景

量子力学、量子場の理論においては、Feynman 経路積分は中心的な役割を果たしている。特に、場の理論においては、量子力学における作用素論の方法に代わるものとして、この積分が無ければ理論の展開が出来ない程重要である。

しかし、その厳密な定義を与えることは困難であり、報告者も込めた研究で、非相対論的でスピンを持たない粒子の運動を記述する Feynman 経路積分のみが研究されていた。作用素論的には、Schroedinger 方程式に対応する場合である。このような状況の下で、量子色力学、量子重力理論など、壮大な物理学の理論が展開されている。

このような物理理論を厳密に取り扱い、物理理論の正当性、修正などを行うために、Feynman 経路積分の数学的な研究の早急な展開が望まれている。

2. 研究の目的

研究の目的

- (1) 非相対論的だが、スピンを考慮した粒子の運動を記述する Feynman 経路積分の厳密な定義を与えること。及びこれを数学的に拡張した方程式に対して、Feynman 経路積分の厳密な定義を与えること。
- (2) 非相対論的荷電粒子が光子を媒介にして相互作用する量子電磁気学に対する Feynman 経路積分の厳密な定義を与えること。又光子を媒介にして荷電粒子が相互作用することで、クーロン力が現れることの数学的な証明を与えること。
- (3) 量子連続測定理論の Feynman 経路積分による研究。

3. 研究の方法

- (1) 量子力学、量子場の理論に対する Feynman 経路積分についての、研究討論及び情報収集のため、国際学会への参加、講演を行った。2009年ロンドン([学会発表]5)、2007年モエシュ(ルーマニア) ([学会発表]10)
- (2) 量子力学、量子場の理論に対する Feynman 経路積分についての、研究討論及び情報収集のため、国内において学会に出席、講演を行った。([学会発表]1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9)。
- (3) 量子場の理論に対する数学的議論を九州大学廣島文生准教授と行う為に出張を行った。

(4) 振動型作用素論についての議論を大阪大学杉本充准教授(現名古屋大学教授)、京都大学大学院総合人間科学研究科森本芳則教授と行う為に出張を行った。

(5) 解析学、物理学関係図書を購入し、Feynman 経路積分研究の為に、使用した。

4. 研究成果

- (1) 非相対論的だが、スピンを考慮した粒子の運動を記述する Feynman 経路積分の厳密な定義を与えることが出来た。又スピンの項を数学的に一般化することにより、数学的に美しい結果が得られた。この結果は以下(2)で述べる量子電磁気学の結果に拡張することができた。これを用いて、量子電磁気学にも応用することが出来、新しい物理的成果が得られることが期待できる。
- (2) 非相対論的荷電粒子が光子を媒介にして相互作用しているのを記述する、量子電磁気学に対する Feynman 経路積分の厳密な定義を、初めて与えることが出来た。
- (3) 光子を媒介にして荷電粒子が相互作用することでクーロン力が現れることの、数学的な証明を与えることが出来た。
- (4) 運動量 hk 極 l を持つ光子が n 個ある状態の、数学的表示関数を具体的に与えることに成功した。この結果は、Feynman が光子 1 個の場合に与えていた表示を拡張したものである。
- (5) これらの結果を用いることで、物理で行われていた間違った計算を修正することが出来た。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

1. 一ノ瀬 弥、The continuity of solutions with respect to a parameter to symmetric hyperbolic systems, Pseudo-Differential Operators: Analysis, Applications and Computation に掲載決定 (査読あり)。
2. 一ノ瀬 弥、On the continuity of solutions with respect to the

electromagnetic potentials to the Schroedinger equations and the Dirac equations, Proceeding of the 7th internatinal ISAAC Congress に掲載決定 (査読なし)。

3. 一ノ瀬 弥、On the Feynman path integral for nonrelativistic quantum electrodynamics, Rev. Math. Phys. 22(2010), no. 3, 1-48 (査読あり)。
4. 一ノ瀬 弥、 L^2 stability and boundedness of the Fourier integral operators applied to the theory of the Feynman path integral, Proceeding of the 5th internatinal ISAAC Congress, 423-428(2009) (査読なし)。
5. 一ノ瀬 弥、A mathematical theory of the Feynman path integral for the generalized Pauli equations, J. Math. Soc. Japan vol. 59(2007), no. 3, 649 - 668 (査読あり)。
6. 一ノ瀬 弥、A mathematical note on the Feynman path integral for the quantum electrodynamics, Suurikaiseikiken Kokyuuroku, 1563(2007), 52-68 (査読なし)。

[学会発表] (計10件)

1. 一ノ瀬 弥、On the continuity of the solutions with respect to coefficients to the Schroedinger equations and symmetric hyperbolic systems, 偏微分方程式松山キャンプ (愛媛大学工学部), 2010年1月6日。
2. 一ノ瀬 弥、On the continuity of the solutions with respect to coefficients of the Schroedinger equations and symmetric hyperbolic systems, 第7回浜松偏微分方程式研究会静岡大学工学部, 2009年12月22日。
3. 一ノ瀬 弥、On the continuity of the solutions with respect to the electromagnetic potentials to the Schroedinger, the Dirac equations and the symmetric hyperbolic system equations, 作用素論セミナー (京都大学数理解析研究所), 2009年11月16日。
4. 一ノ瀬 弥、On the continuity of the solutions with respect to the electromagnetic potentials to the

Schroedinger and the Dirac equations, 夏的作用素論セミナー (盛岡), 2009年9月7日。

5. 一ノ瀬 弥、On the continuity of the solutions with respect to the electromagnetic potentials to the Schroedinger and the Dirac equations, ISAAC (The International Society Analysis, its Applications and Computation) Congress (London University, England), 2009年7月14日。
6. 一ノ瀬 弥、シュレディンガー方程式の解の電磁場ポテンシャルに関する連続性, 谷口和夫教授還暦シンポジウム (京都大学総合人間科学部), 2008年12月19日。
7. 一ノ瀬 弥、QEDに関する経路積分の収束について, 夏的作用素論セミナー (佐賀市), 2008年9月5日-8日。
8. 一ノ瀬 弥、The stability of the oscillatory integral operators applied to the Feynman path integral and problems for it, The international conference "Function spaces in the differential equations", Osaka University, 2008年2月18日-20日。
9. 一ノ瀬 弥、非有界な関数のリーマン和の収束定理, 研究集会第14回「超局所解析と古典解析」(和歌山市), 2007年12月21日-23日。
10. 一ノ瀬 弥、Some mathematical remarks on the Feynman path integral for the nonrelativistic quantum electrodynamics, 10th Quantum Mathematics International Conference (Moeciu, Romania), 2007年9月10日-15日。

6. 研究組織

(1) 研究代表者

一ノ瀬 弥 (ICHINOSE WATARU)
信州大学・理学部・教授
研究者番号: 80144690

(3) 連携研究者

廣島 文生 (HIROSHIMA FUMIO)
九州大学・大学院数理学研究院・准教授
研究者番号: 00330358
(H20 研究分担者 → 連携研究者)

杉本 充 (SUGIMOTO MITSURU)
大阪大学・大学院理学研究科・准教授)
研究者番号：60196756
(H20 研究分担者 → 連携研究者)

熊ノ郷 直人 (KUMANOGO NAOTO)
工学院大学・工学部・准教授)
研究者番号：40296778
(H20 研究分担者 → 連携研究者)