

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007～2009

課題番号：19540191

研究課題名（和文） 圧縮性流体方程式系の解の漸近構造の研究

研究課題名（英文） Asymptotic structure of the solutions to the system of compressible fluid

研究代表者

小林 孝行 (KOBAYASHI TAKAYUKI)

佐賀大学・理工学部・教授

研究者番号：50272133

研究成果の概要（和文）：

滑らかな境界を持つ3次元有界領域で粘性の効果を考慮にいれ、重力場にノイマン境界条件を課した Navier - Stokes - Poisson 方程式を考察し、弱解の時間大域的存在を示し、変分原理により導かれる平衡解に対して双対変分原理によって線形化安定性を示した。また、圧縮性 Navier - Stokes - Maxwell 方程式のエネルギー有限な弱解の時間大域的存在を示した。

研究成果の概要（英文）：

We consider the Navier-Stokes-Poisson equation describing the motion of compressible viscous isentropic gas flow under the self-gravitational force. We proved the existence of finite energy weak solutions in three dimensional bounded domain and discussed the stability of equilibrium. Also, we consider the equations to the Magneto-Hydrodynamics, and proved the existence of weak solutions.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：物理系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：関数方程式

1. 研究開始当初の背景

気体星のように自己重力のもとで運動している気体は、圧縮性 Euler-Poisson 方程式で記述され、圧力場が密度場の指数関数のとき、その指数によって非自明な定常解があり、この定常解の安定性、非安定性が気体星の形成を示唆することが予想されている。気体星の場合、非定常問題の強解は有限時間内に爆発する事が示されており、従って、定常解の安定性を数学的に解明するためには、時間大域的弱解の存在が必要である。しかし、真空をも扱う3次元圧縮性 Euler 方程式の数学的難しさに起因するため、その弱解の存在は3次元空間の場合一般に知られていない。そのため、現在でも、圧縮性 Euler-Poisson 方程式、圧縮性 Euler-Maxwell 方程式の解析はなされていないが、粘性を考慮した圧縮性粘性流体の運動を記述した3次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式では、全空間の場合、物理的に重要である単原子気体は含まないが、P.L. Lions が時間大域的弱解を構成し、有界領域、非有界領域における圧縮性 Navier-Stokes 方程式および圧縮性 Navier-Stokes-Poisson 方程式では、単原子気体を含むより広い圧力場の場合に、E. Feireisl 等により時間大域的弱解が構成されている。しかし、安定性については球の外部における球対称解の安定性以外解析されていない。

一方、流体力学系を考慮した半導体やプラズマの数学モデル等も圧縮性 Euler-Poisson 方程式で記述される。粘性を考慮した圧縮性 Navier-Stokes 方程式では、A. Matsumura and T. Nishida により、圧縮性 Navier-Stokes 方程式の定数平衡状態は、小さい初期摂動に対して安定であることが示され、より詳しい解の漸近構造は、D. Hoff and K. Zumbrun, Kagei and Kobayashi 等

により研究されている。圧縮性 Navier-Stokes 方程式の解は、定数平衡状態の近くでは、その第一近似である線形化方程式が双曲型放物型混合方程式であり、特に密度部分は、線形粘性弾性体方程式を満たすため、拡散波動の現象、特に広い意味でのホイゲンスの原理が現れることがこれまでの研究で示唆されている。半導体やプラズマの数学モデルにおける磁気流体の運動は圧縮性 Euler-Maxwell 方程式で記述される。粘性を考慮した磁気流体の方程式である圧縮性 Navier-Stokes-Maxwell 方程式については、その弱解もいまだ構成されていない。

2. 研究の目的

本研究では、圧縮性流体方程式系の解の漸近構造の研究を行うことが目的である。粘性を考慮した自己重力場における気体星の運動を記述した圧縮性 Navier-Stokes-Poisson 方程式系では、単原子気体を含むより広い圧力場の場合に、弱解の構成および平衡解の安定性、非安定性の解明、粘性を考慮した半導体やプラズマの数学モデルである圧縮性 Navier-Stokes-Poisson 方程式系およびその近似方程式、さらに磁気流体を記述した圧縮性 Navier-Stokes-Maxwell 方程式では、弱解の構成、流体力学的極限による解構造の解明、および、平衡解の安定性における解の拡散波動の現象と広い意味でのホイゲンスの原理の解明が目的である。

3. 研究の方法

本研究目的を遂行するためには、多くの数学者との研究討論が不可欠であり、また、最新の結果や手法を常に研究することが必要である。そのため、国内外の関連する研究集会、セミナーに出席し、情報収集及び研究討論を行う。特に、京都大学数理解析研究所で行われる研究集会、流体力学と非線型方程式の

研究集会, 北海道大学, 東北大学, 東京大学で行われる研究集会, 九州関数方程式セミナー, 熊本大学応用解析セミナー, 「九州における偏微分方程式研究集会」の参加, および研究分担者である九州大学の隠居良行教授と広島大学の池島良准教授との研究討論, 研究集会「非線型の諸問題」の開催, 海外で行われる流体力学と非線型方程式の研究集会における講演および関連する海外数学者の招聘を行う。また、研究方法と研究分担者(連携研究者)との分担は以下である。

(1) P. L. Lions, E. Feireisl, J. Song 等によって発展してきた圧縮性 Navier-Stokes 方程式の弱解の理論について研究し, 古典的な凸解析, コンパクトネスの議論, 補完測度法, 放物型方程式の最大正則性原理を用い, Riesz 作用素, Bogovskii 作用素等のポテンシャル論的関数解析により気体星の運動を記述した圧縮性 Navier-Stokes-Poisson 方程式の弱解の時間大域的存在の研究を行う。また、有界領域における圧縮性 Navier - Stokes - Maxwell 方程式の初期値境界値問題の弱解の構成を研究する。小林が担当する。

(2) 有界領域における気体星の運動を記述した圧縮性 Navier-Stokes-Poisson 方程式の平衡解の研究および平衡解の線形化安定性について研究する。小林が担当する。

(3) D. Hoff and K. Zumbrun を参考にし, 半導体やプラズマの数学モデル等を記述した圧縮性 Navier-Stokes-Poisson 方程式系の初期値問題の平衡解の近くの線形化方程式の解の漸近構造の研究を行う。また重み付き評価について考察する。小林, 池島が担当する。

(5) 半導体やプラズマの数学モデル等を記述した圧縮性 Navier-Stokes-Poisson 方程式系の初期値問題の非線型問題の解の漸近構造の研究を行う。小林, 隠居が担当する。

(6) 有界領域, 非有界領域における半導体や

プラズマの数学モデル等を記述した圧縮性 Navier-Stokes -Poisson 方程式系の初期値境界値問題について, 重み付き評価および局所エネルギー減衰を考察し拡散現象の研究を行う。小林, 隠居, 池島が担当する。

4. 研究成果

気体星のように自己重力のもとで運動している気体は, 圧縮性 Euler-Poisson 方程式で記述され, 圧力場が密度場の指数関数のとき, その指数によって非自明な定常解があり, この定常解の安定性, 非安定性が気体星の形成を示唆することが予想されている。気体星の運動を記述する Euler-Poisson 方程式で, 滑らかな境界を持つ3次元有界領域で粘性の効果を考慮にいれ, 重力場にノイマン境界条件を課した圧縮性 Navier-Stokes-Poisson 方程式を考察し, 古典的な凸解析, コンパクトネスの議論, 補完測度法, 放物型方程式の最大正則性原理, Riesz 作用素, Bogovskii 作用素等のポテンシャル論を用いて, 単原子気体を含むより広い圧力場の場合に, 弱解の時間大域的存在を示し, 変分原理により導かれる平衡解に対して双対変分原理によって線形化安定性を示した。

磁気流体力学に現れる方程式である圧縮性 Navier-Stokes-Maxwell 方程式では滑らかな境界を持つ3次元有界領域で考察し, 単原子気体を含むより広い圧力場の場合に, 弱解の時間大域的存在を示した。圧縮性 Navier-Stokes-Poisson 方程式の弱解の時間大域的存在の証明では, 第一近似方程式の解の存在を示すとき, 熱方程式より得られる解析的半群論と生成作用素の分数べきの定義域を用いて解の正則性が導くが, 圧縮性 Navier-Stokes-Maxwell 方程式の第一近似方程式の解は, ノイマン境界条件の Stokes 半群を用いる点が大きく異なってい

る。

隠居氏は、無限層状領域における圧縮性 Navier - Stokes 方程式の研究で、定数定常解のまわりでの線形化作用素が解析的半群を生成することを示し、半群の時間無限大での漸近挙動を解析した。半群の時間減衰評価を導出し、さらに半群は時間無限大において一次元低い線形熱方程式の解のごとく振舞うことを示した。

池島氏は、変数係数を持つ線形双曲型方程式の研究で、局所エネルギーの一樣減衰を、空間遠方でゆっくり減衰する初期値について導出した。空間2次元の非有界領域において、強い摩擦項と巾型非線形項を持つ波動方程式の研究では、解の一意大域存在を、その非線形項の巾が十分大きいときに導出した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 8 件)

[1] T. Kobayashi and T. Suzuki,
Weak solutions to the Navier-Stokes equation, *Advances in Differential Equations.*, Number 18 of Volume 1 (2008), pp. 141-168, 査読有.

[2] Y. Kagei and T. Nukumizu,
Asymptotic behavior of solutions to the compressible Navier-Stokes equation in a cylindrical domain, *Osaka J. Math.*, vol. 45 (2008), pp. 987-1026, 査読有.

[3] Y. Kagei,
Large time behavior of solutions to the compressible Navier-Stokes equation in an infinite layer, *Hiroshima Math. J.*, vol. 38 (2008), pp. 95-124, 査読有.

[4] R. Ikehata and Y. Inoue,
Global existence of weak solutions for 2-D semilinear wave equations with strong damping in an exterior domain, *Nonlinear Anal.* 68. No.1 (2008), pp. 154-169, 査読有.

[5] T. Kobayashi and T. Suzuki,
Weak solutions to the equations of Magnet - Hydrodynamics, *Proceedings of the National Institute for Mathematical Sciences.*, Vol. 2 (2007), pp. 175-180, 査読無.

[6] Y. Kagei,
Asymptotic behavior of the semigroup associated with the linearized compressible Navier-Stokes equation in an infinite layer, *Publ. Res. Inst. Math. Sci.*, vol. 43 (2007), pp. 763-794, 査読有.

[7] Y. Kagei,
Resolvent estimates for the linearized compressible Navier-Stokes equation in an infinite layer, *Funkcial. Ekvac.*, vol. 50 (2007), pp. 287-337, 査読有.

[8] R. Ikehata and G. Sobukawa,
Local energy decay for linear hyperbolic equations with initial data decaying slowly near infinity, *Hokkaido Math. J.*, 36 No.1. (2007), pp. 53-71, 査読有.

[学会発表] (計 14 件)

[1] T. Kobayashi,
Weak solutions to some equations of the compressible viscous flow, *Linear and Nonlinear Waves*, No.7. 2009年11月5日

滋賀県立県民交流センター

[2] 小林孝行,

外部領域における Navier-Stokes 方程式の解の重み付き評価について、第 57 回理論応用力学講演会. 2009 年 6 月 11 日. 日本学会議

[3] Y. Kagei,

On asymptotic behavior of solutions to the compressible Navier - Stokes equation around the plane Couette flow, First China-Japan Workshop on Mathematical Topics from Fluid Mechanics, 2008, November 10-13, Beijing, China

[4] 小林孝行,

外部領域における Stokes 半群の重み付き L_p - L_q 評価について、日本数学会秋季総合分科会, 2008 年 9 月 27 日, 東京工業大学

[5] 池畠 良,

非有界領域上の双曲型方程式のエネルギー減衰, 研究集会「第四回 非線型の諸問題」, 2008 年 9 月 22 日, 佐賀大学

[6] T. Kobayashi,

Fluid mechanical approximation to the degenerated drift-diffusion system from compressible Navier - Stokes - Poisson system, Mathematical Fluid Dynamics, 2008 年 9 月 10 日, Darmstadt Germany

[7] Y. Kagei,

On the stability of the plane Couette flow of the compressible Navier-Stokes equation, Mathematical Fluid Dynamics, 2008 年 9 月 8 日--10 日, Darmstadt, Germany

[8] T. Kobayashi,

Weighted estimates for the Stokes semigroup in an exterior Domain, Parabolic and Navier Stokes 2008, 2008 年 9 月 2 日, Banach Center, Poland

[9] T. Kobayashi,

Fluid mechanical approximation to the degenerated drift-diffusion system from compressible Navier-Stokes-Poisson system, New Aspects and Development of Mathematical Analysis in Nonlinear Phenomena, 2008 年 5 月 29 日, 九州大学 西新プラザ

[10] T. Kobayashi,

Fluid Mechanical Approximation to the Degenerated Drift-Diffusion System from Barotropic Compressible Navier - Stokes - Poisson system, Analysis Seminar, 2007 年 11 月 23 日. 中国北京 応用物理計算数学研究所

[11] Y. Kagei,

Asymptotic behavior of solutions to the compressible Navier - Stokes equations in an infinite layer : Stability of the motionless state and the plane Couette flow, Analysis Seminar, Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, 2007 年 11 月 23 日, Beijing, China

[12] 小林孝行,

圧縮性 Navier-Stokes-Poisson 方程式の緩和時間 0 極限と退化 drift-diffusion 方程式 日本数学会秋季総合分科会. 2007 年 9 月 23 日. 東北大学

[13] Y. Kagei,

Asymptotic behavior of solutions to the compressible Navier - Stokes equations in an infinite layer : Stability of the motionless state and the plane Couette flow, Seminar at MIP, 2007年9月17日, University of Paul Sabatier, Toulouse, France

[14] T. Kobayashi,

Weak solution to the equations for the Magneto-Hydrodynamics, NIMS International Workshop on Fluid Dynamics, June 11, 2007. NIMS, Daejeon, Korea.

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
出願年月日 :
国内外の別 :

○取得状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
取得年月日 :
国内外の別 :

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

小林 孝行 (KOBAYASHI TAKAYUKI)

佐賀大学・理工学部・教授

研究者番号 : 50272133

(2) 研究分担者

隠居 良行 (KAGEI YOSHIYUKI)

九州大学・大学院数理学研究院・教授

研究者番号 : 80243913

(H19→H20 : 連携研究者)

池畠 良 (IKEHATA RYO)

広島大学・教育学研究科・准教授

研究者番号 : 10249758

(H19→H20 : 連携研究者)

(3) 連携研究者

隠居 良行 (KAGEI YOSHIYUKI)

九州大学・大学院数理学研究院・教授

研究者番号 : 80243913

(H20)

池畠 良 (IKEHATA RYO)

広島大学・教育学研究科・准教授

研究者番号 : 10249758

(H20)