

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2007～2008

課題番号：19540309

研究課題名（和文） 磁場を伴った中性子星の平衡状態及びその振動と安定性

研究課題名（英文） Oscillations and stability of equilibrium states of magnetized neutron stars

研究代表者

吉田 至順（YOSHIDA SHIJUN）

東北大学・大学院理学研究科・助教

研究者番号：30386635

研究成果の概要：トロイダル磁場と呼ばれる子午面に垂直な磁場だけを持つ相対論的な磁場星の軸対称平衡状態を求めるための定式化及び数値コードの開発を行った。また、開発した数値コードを用いて計算した磁場星の平衡状態の軸対称安定性を相対論的な磁気流体シミュレーション数値コードを用いて調べ、軸対称不安定性の発生後の最終状態を明らかにした。また、磁場を摂動として扱いトロイダル磁場が支配的な相対論的な磁場星を得るための定式化も行った。交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	2,600,000	780,000	3,380,000
2008年度	1,000,000	300,000	1,300,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学 素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：宇宙物理、相対論、中性子星、回転、磁場、恒星振動

1. 研究開始当初の背景

パルサー周期の観測から通常の中性子星は 10^{12} ガウス程度の強磁場を持つことが知られている。その一方で、異常 X 線パルサー (AXP) や軟ガンマ線リピーター (SGR) などの特異天体が、マグネターと呼ばれる 10^{14} ガウスを超える超強磁場を持つ中性子星であるとすると矛盾無く観測される特異天体の性質や活動性を説明することができ、超強磁場中性子星・マグネターが実際に存在する証拠であると考えられている。

マグネターでは、通常の中性子星に比べて、磁場が非常に強いため、磁場が中性子星の平衡状態や安定性に大きな影響を与える可能性がある。そのため、マグネター研究の基礎

として、強磁場を持つ中性子星の平衡形状及びその安定性を調べることは非常に重要である。しかし、強磁場星の平衡状態及びその安定性の研究は1970年代までに行われたものがほとんどで、十分な成果が得られていないのが現状である。

特に、中性子星を考える場合は、重力が非常に強いために、定量的に正確な結果を得るためには一般相対論による扱いが必要になる。しかし、一般相対論の枠組みでの磁場星研究は非常に限られた範囲でしか行われていない。

2. 研究の目的

任意の磁場形状で強い磁場を伴った星の

平衡状態を計算する手法は最近になって、ニュートン力学の枠組みで完成した。しかし、一般相対論の枠組みで正しく計算する手法は現在でも確立されていない。そこで、これまでに計算されていない磁場形状を持つ相対論的な星の平衡解を計算するための定式及び数値コードの開発を行う。

得られた数値コードを用いて、広いパラメータ領域で平衡解の系列を系統的に求め、星の平衡状態における磁場の影響について詳しく解析する。また、星の平衡解が現実の星として存在するためには、平衡解が十分に安定である必要がある。そこで、得られた数値解の安定性の解析も行う。

特に、本研究課題では、トロイダル磁場が支配的な磁場星の解析を集中して行う。これまでに行われている鉄コアの重力崩壊数値シミュレーションにおいて最終的に得られる原始中性子星の磁場形状は、トロイダル磁場が支配的になっている。したがって、トロイダル磁場が支配的な磁場形状が少なくとも中性子星形成の初期の段階では現実的であり、物理的に重要であると考えられるからである。

最終的には、いろいろな平衡解を求め、その安定性を調べることで強い磁場を伴った相対論的な星の基本的な性質を理解し、これまで良くわかっていなかった星内部の磁場の安定性条件などについて理解を深め、マグネターの研究へ何らかの寄与を与えることを目的として研究を進める。

3. 研究の方法

(1)相対論的な磁場星の平衡解を決定する基礎方程式の導出。一般相対論を用いた場合に現れる困難は時空を記述する座標条件の取り方に起因する。任意の磁場形状を許した場合は電磁場の作る運動量の向きに対称性が無くなり、通常回転星で用いられる座標条件を課すことが許されなくなる。具体的には、座標系も偏微分方程式を解くことが必要になり、問題が複雑になる。しかし、本研究では、現実的な状況では何が支配的になるのか?という点に注目し、この複雑さを回避することを考える。『2. 研究の目的』で述べたようにトロイダル磁場が支配的な磁場星に注目する。第一近似として、トロイダル磁場だけを持つ平衡解を考えると、磁場の運動量の向きは対称軸周りの成分だけを持ち、回転星と同じ簡単な座標系を選ぶことができる。この座標条件を用いて、矛盾の無い平衡解を得るための基礎方程式を導出する。この方程式は、相対論の枠組みでは、世界で初めて導出されるものである。

(2)トロイダル磁場だけを持つ相対論的な星の平衡解を求める数値コードの開発。(1)で得られた基礎方程式は、重力場を決める楕

円型の偏微分方程式3本、一階の偏微分方程式一本、流体分布を決める静水圧平衡の式一本の連立偏微分方程式になる。また、磁場の自由度は、密度に依存した任意関数として与えられる。この状況は、差動回転している星の回転則と同様で、磁場分布そのものは可積分条件を満たせば、任意に与えることが可能となる。これらの基礎方程式は回転星の基礎方程式と同形なので、相対論的な回転星を得るための数値解法をほぼそのまま適用することが可能である。本研究では、Komatsu, Eriguchi, & Hachisu (1989)の方法を用いた数値コードの開発を行う。この方法は、重力場を決定する楕円型の偏微分方程式を、グリーン関数を用いて積分方程式に書き直し、境界条件を取り込む事で数値計算の安定性を向上させている。開発されたコードでは、圧力と密度の関係を与える状態方程式と磁場分布を決める任意関数を物理的な境界条件と矛盾しない範囲で与えれば、任意のトロイダル磁場だけを持つ磁場星の平衡状態を計算することが可能である。

(3)いろいろな解系列の計算。(2)で開発した数値コードを用いて、いろいろなパラメータ領域で磁場星の平衡解系列を求め、その性質を解析する。まず、定性的な性質を明らかにするためにポリトロップ状態方程式を用いて解析を行う。次に現実的な状態方程式を用いて、定量的な性質を明らかにする。

(4)軸対称安定性解析及び系の最終状態の決定。通常平衡解の安定性解析は、平衡解に線形摂動を与え、その固有振動を計算することで行うが、磁場を伴った星の場合、固有振動モードの計算は非常に難しく、強い磁場を伴った星に関しては、現在でも成功していない。そこで、本研究では、(3)で得た磁場星の平衡状態の軸対称の安定性を解析するために Shibata & Sekiguchi (2005) で開発された相対論的な磁気流体数値シミュレーションコードを用いて、軸対称性を保ったままで、初期条件として(3)で得られた平衡解を置き、その後の時間発展を計算することで平衡解の軸対称の安定性を調べる。この方法では、磁気情報の伝わる典型的な時間スケールであるアルヴェン時間スケールの数倍の時間経過後も、ほぼ初期状態を保つ場合に安定と判定し、そうでない場合は不安定と判定される。シミュレーションによる安定性解析の短所はシミュレーションの解像度以下の時間スケールで成長する不安定モードを見つけていけないことであるが、不安定と判定された場合は、その平衡解は不安定という状況は変わらないので基本的に問題がない。一方、長所としては、不安定性発生後の時間発展も追うことができるという点である。線形摂動解析では、正確な安定性解析が可能であるが、不安定性発生後の非線形成長

領域の情報は何も得られない。したがって、本研究では、平衡解が不安定な場合は、不安定性によって系が平衡解から離れた後、最終的にどのような状態に落ち着くのか？を調べることが可能である。

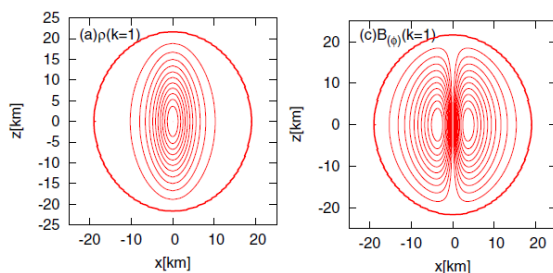
(5) トロイダル磁場が支配的な弱い磁場を伴った磁場星の平衡状態。トロイダル磁場が支配的な磁場形状として、トロイダル磁場とポロイダル磁場の両成分を持つが磁場が弱く摂動として扱える場合の定式化及び摂動解を求めるための数値コードの開発を行う。磁場を摂動として扱った相対論的な平衡形状には、Ioka & Sasaki (2004)がある。Ioka & Sasaki (2004) では、トロイダル磁場とポロイダル磁場が同じオーダーとして摂動が展開されている。一方、本研究では、トロイダル磁場とポロイダル磁場の強さを異なる二つのパラメーター ε と η で展開し、 $\varepsilon \gg \eta$ を仮定し、 $\varepsilon \eta$ のオーダーまでの精度の平衡解を求める。まず、 ε と ε^2 のオーダーでトロイダル磁場だけを持つ平衡解が得られる。次に η のオーダーでトロイダル磁場の磁場分布が得られ、 $\varepsilon \eta$ のオーダーでポロイダル磁場によるトロイダル磁場を持つ星への影響が現れる。磁場の分布として簡単なダイポール分布などの形状を仮定すると基礎方程式は角度変数部分が変数分離可能となり、連立常微分方程式系となる。このため、この方程式系を解くのは非常に簡単である。

4. 研究成果

(1) トロイダル磁場だけを持つ相対論的な星の平衡状態。世界で初めて導出された基礎方程式によって、トロイダル磁場分布は密度分布による任意関数として与えられることが明らかになった。本研究では、これを簡単のために

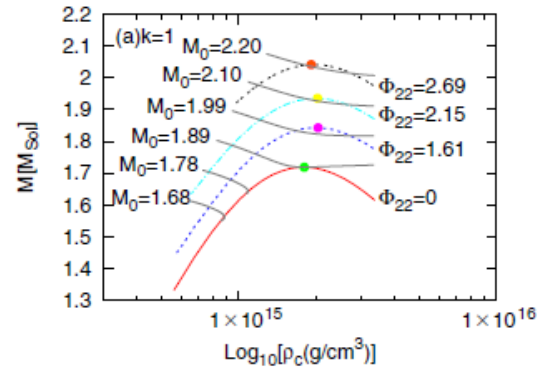
$$|B| = |b|(\rho_0 h)^k e^{(2k-1)\gamma} (r \sin\theta)^{2k-1}$$

と置き、磁場分布を整数 k を与えることで決められるモデルを考えた。 b は磁場の強さを決める定数である。得られた磁場星の子午面上の典型的な密度分布と磁場分布は次のようになる。(図は $k=1$ の場合であるが、他の k の値でも定性的な性質は大きく変わらない。また、このモデルは自転していない。)



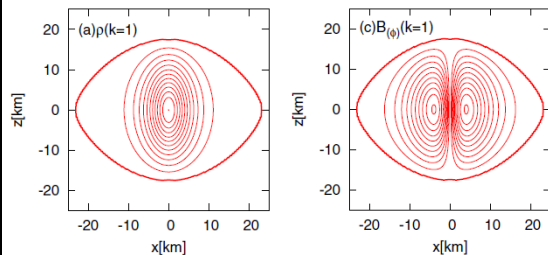
この図から、星は扁長（縦長）になっている

ことが分かるが、これはトロイダル磁場が星の赤道部分に巻きついたゴムバンドと同じ様に働き、対称軸方向に流体をひきつけるからである。 $n=1$ ポリトロープの場合の中心密度に対する重力質量の変化は次の図のようになる。($k=1$ の場合)



図の右側に付けられた Φ の値は子午面内の磁束の値を 10^{22} Wb 単位で表している。つまり図に描かれた曲線は磁束一定の平衡解系列を表している。一番下の赤い曲線は磁場なしの解系列を表している。磁束の増加と共に質量も増加しているのが分かる。最大磁場が 10^{18} G の時に質量は 15% 程度増加する。このときの磁気エネルギーと重力エネルギーの比 H/W は 0.2 程度となる。回転星における回転エネルギーと重力エネルギーの比 T/W は 0.1 程度なので、回転エネルギーよりも磁気エネルギーの方が星内部に蓄え易いということが分かる。これは一様回転の場合、星表面の遠心力の大きさで最大回転が制限されるが、磁場の場合、そのような上限は存在しないからである。図の左側に付けられた M_0 の値は太陽質量を単位とした星の静止質量を表し、灰色の曲線は静止質量一定の解系列を表している。多くの準断熱的な物理過程では星の静止質量は保存するので、静止質量一定の解系列は星の準定常的な時間進化のモデルを与える。たとえば、何らかの機構で磁束が生成・消滅した場合は灰色の曲線上を星が進化する。

星が自転している場合の典型的な密度分布と磁場分布は次のようになる。



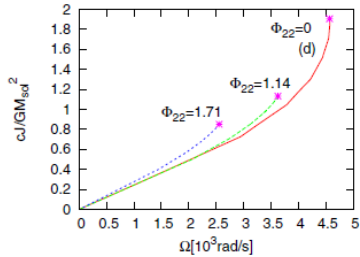
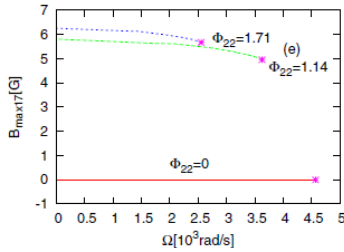
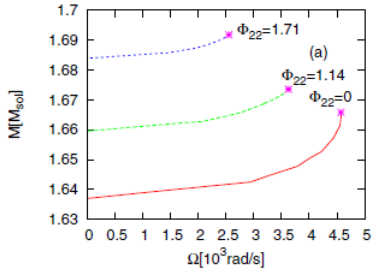
この図から星の表面は扁平（横長）になっているが対称軸付近は扁長であることがわかる。これは、星の表面では自転による遠心力

が効き扁平になるが、軸付近では、遠心力が効かず磁気応力が支配的になるので、扁長になるからである。

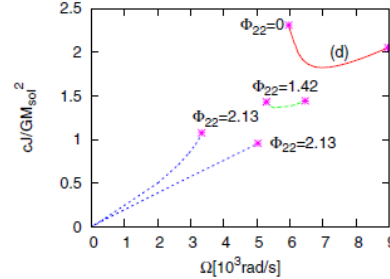
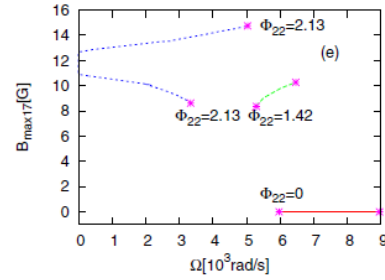
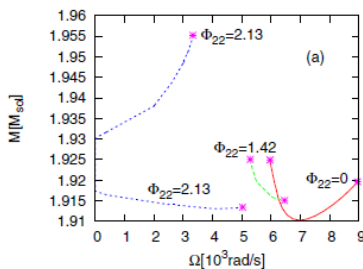
星の自転を許した場合、静止質量一定かつ子午面内の磁束一定の平衡解系列を選ぶことができる。孤立した星が理想磁気流体で近似される場合、準断熱的な物理過程では、これらの量はほぼ一定に保たれ時間進化すると考えられるので、静止質量一定かつ子午面内の磁束一定の平衡解系列は中性子星進化のモデルと考えることができるので重要である。このとき、解系列は *supramassive* と *normal* の二つの系列に分類できる。

Supramassive 系列は、解系列を決める静止質量が、回転と磁場が無い星の最大質量よりも大きい系列、それ以外を *normal* と定義する。つまり、*supramassive* 系列は回転か磁場が無い場合に、質量を支えられない平衡解で、何からの機構で回転か磁場が減少すると重力崩壊する。角速度を系列の変数として、重力質量、磁場の最大値、角運動量の変化は次の図のようになる。Normal 系列: $k=1$,

$$M_0 = 1.78M_\odot$$



Supramassive 系列: $k=1$, $M_0 = 2.10M_\odot$



これらの図で曲線の端点*は星の表面から質量が遠心力によって流出する解を表す。つまり、この点の先に平衡解は存在しない。

Normal 系列は回転ゼロの解と連続である。

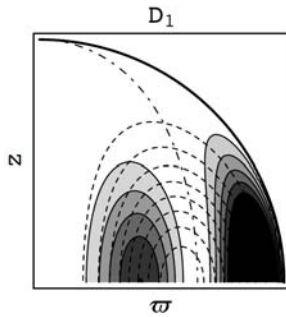
一方、*Supramassive* 系列は回転ゼロの解に繋がる磁場が支配的な解系列と繋がらない回転が支配的な解系列に分類される。また、磁場が支配的な系列は同じ角速度に対して二つの解が存在することが分かる。これらの図から *supramassive* 系列のなかで、回転が支配的な解系列では、*spin-up* と呼ばれる現象が起こることが分かる。これは角運動量が電磁波放射なので抜かれたときに、角速度は減少するのが普通だが、逆に、角速度が増加するという現象である。たとえば、パルサーの観測で、このような *spin-up* が観測されれば、中性子星の内部状態に制限が付けられる可能性があり重要である。

(2) トロイダル磁場だけを持つ相対論的な星の軸対称安定性。(1)で得られた平衡解が物理的に意味を持つためには、解が十分安定である必要がある。磁場が弱い極限で、局所的な摂動解析を行うことで Taylor (1973) は、トロイダル磁場だけを持つ星の安定性を調べた。この解析によると $m=0,1$ のモードが強い不安定性を示し、アルヴェン時間

$$\tau_A \sim 30 \left(\frac{R}{10 \text{ km}} \right) \left(\frac{\rho}{10^{14} \text{ g/cm}^3} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{B^T}{10^{15} \text{ G}} \right)^{-1} \text{ ms}$$

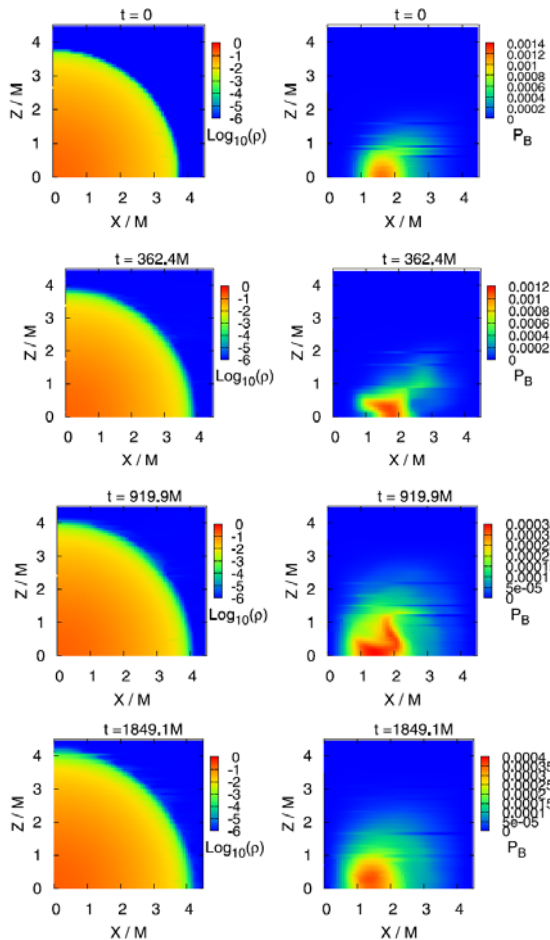
で成長する。軸対称の安定性に注目すると(1)で用いた磁場分布のうち、 $k=1$ の場合が中立安定で、それ以外は不安定になることが予想されている。不安定性の基本的な機構は磁気浮力と呼ばれる重力場中の磁力官が重力と反対の向きに浮き上がってくる性質である。次の図は、 $k=2$ の場合の星内部の磁気浮力の強さを示したもので、色が濃い部分の磁気浮力が強く、北極から赤道面に書かれた点破線は磁気浮力がゼロとなる面を示して

いる。

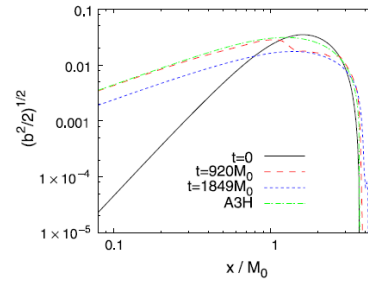


しかし、この結果は弱い磁場の極限で局所的なモードの近似が用いられているので、より正確な解析を行うために、ここでは相対論的な磁気流体シミュレーションコードを用いた解析を行い、不安定性発生後の最終状態も含め詳しい解析を行う。

自転なしの場合：数値計算の結果 $k=1$ の磁場分布の場合は、アルヴェン時間スケールに比べて長時間の時間発展を追っても、解の分布はほぼ一定で、磁場の強さによらずに安定であることが分かった。 $k=1$ 以外の場合は、磁場の強さに依らずに不安定であることが分かった。まず、上の図の星の中心に近い最大浮力の点辺りで対流が発生し、磁気力が弱まり、星が膨張し、中心密度が減少し、最終的に別の磁場分布を持つ安定状態へと進化することが分かった。典型的な密度、磁場分布の時間変化は次の図のようになる。



右が密度分布、左が磁気圧分布である。最終状態の磁場分布を見るために赤道面上の磁気圧分布を軸からの距離の関数で与えたのが次の図である。



実線が初期の $k=2$ 分布で時間発展と共に緑の破線であらわされた $k=1$ 分布に近づくことが分かる。つまり、軸対称を仮定した場合、 $k=1$ 分布が不安定後のアトラクターとなっていることが分かる。ただし、最終状態は厳密な平衡状態ではないことに注意が必要である。不安定性の成長時間は磁場分布、強さに依らずに系のアルヴェン時間スケールで成長することも確認できた。また、不安定性によって発生する対流に典型的に 10^{50} erg という大きなエネルギーが分配されることも分かった。この対流は超新星爆発の爆発機構に影響を与える可能性があるため重要である。したがって、更なる解析が必要である。

自転ありの場合：軸対称不安定性に対する回転の効果は、 $k=1$ 分布の場合は回転に依らずに安定で、 $k=2$ 分布の場合は回転によって不安定性が大きく安定化することが分かった。数値実験から安定化の条件は回転エネルギー T_{rot} と磁気エネルギー T_{EM} の比で与えられることが分かった。具体的には、初期に

$$E_{EM}/T_{rot} \gtrsim 0.2$$

を満たす時に不安定となることが推測される。

(3) トロイダル磁場だけを持つ磁場星に対する現実的な状態方程式の影響。(1)で開発した数値コードに4つの現実的な状態方程式 Sly(Douchin & Haensel 2001), FPS(Pandharipande & Ravenhall 1989), Shen(Shen et al. 1998), LS(Lattimer & Swesty 1991) を適応して、中性子星モデルとして適当なパラメータ領域で数値モデルを計算した。現実的な状態方程式を用いた場合、(1)の $n=1$ ポリトロップモデルの場合と定性的に大きく異なる次の性質が明らかになった。①磁束一定の解系列にそって最大磁場を増加させたとき、最大質量が単調増加しない。②supramassive 系列では星の内部構造が基本的に扁平になる。言い換えると、現実的な状態方程式では、星の構造が $n=1$ ポリトロップモデルの場合ほど強く扁平にならないことが分かった。

(4) トロイダル磁場が支配的な弱い磁場を伴った磁場星の平衡状態。トロイダル磁場の強さとポロイダル磁場の強さをそれぞれ独立な微小パラメーターとして摂動展開を行いトロイダル磁場が支配的な場合の基礎方程式の導出を世界で初めて行った。近似の最低次では(1)の場合の弱場近似に対応する解が得られる。次のオーダーでポロイダル磁場の影響が現れる。得られた基礎方程式は変数分離可能で、連立常微分方程式として与えられる。得られた方程式を数値的に解く数値コードはすでに開発され、現在、数値モデルの計算を行いつつ、結果のまとめを行っている。結果がまとまり次第 *Physical Review* 誌に投稿する予定である。

(5) 本研究課題の成果は以上のようなものである。本研究の今後の課題として次の問題の解決があげられる。①一般的な磁場形状を許した場合の相対論的な磁場星の平衡状態の計算手法の開発及びその数値モデルの詳しい解析②線形摂動論による磁場星の安定性解析及び固有振動解析。①に関しては、座標条件の問題があるが、座標条件として調和座標条件的なものを選ぶことを考えている。こうすることで重力場の式はすべて楕円型の偏微分方程式となり従来の手法が適応しやすくなる。磁気流体の式に関してはニュートン力学の場合と大きく変わらないので、特に問題が生じないと考えられる。②の線形摂動解析は、より正確な安定性解析を行う上で不可欠である。また、摂動解析からは安定性だけではなく磁場星の固有振動モードも知ることができる。最近、軟ガンマ線リピーターのジャイアントフレア時の X 線観測データから準周期的な振動成分が見つかり、中性子星の固有振動ではないかと考えられている。このような中性子星の固有振動の観測は今後増加すると期待されるので、磁場を伴った中性子星の固有振動を解析する手法を開発することは非常に難しい問題ではあるが、避けては通れない問題であり、今後の理論的な発展が期待されている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

① Kenta Kiuchi, Kei Kotake & Shijun Yoshida, “Equilibrium Configurations of Relativistic Stars with Purely Toroidal Magnetic Fields: Effects of Realistic Equation of State”, *Astrophysical Journal*, Vol. 696, 印刷中, 2009, 査読有

② Kenta Kiuchi, & Shijun Yoshida, “Relativistic stars with purely toroidal magnetic fields”, *Physical Review D*, Vol.

78, 044045, 2008, 査読有

③ Kenta Kiuchi, Masaru Shibata, & Shijun Yoshida, “Evolution of neutron stars with purely toroidal magnetic fields”, *Physical Review D*, Vol. 78, 024029, 2008, 査読有

[学会発表] (計 2 件)

① 木内 健太、「一般相対論的磁場星の平衡形状とその性質」、日本天文学会春季年会、2008年3月27日、国立オリンピック記念青少年総合センター（東京都渋谷区）

② 吉田 至順、「原子中性子星のgモード励起」、日本天文学会秋季年会、2007年9月28日、岐阜大学（岐阜県岐阜市）

[その他]

特になし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

吉田 至順 (YOSHIDA SHIJUN)
東北大学・大学院理学研究科・助教
研究者番号：30386635

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：