

機関番号 : 13901

研究種目 : 基盤研究(C)

研究期間 : 2007~2010

課題番号 : 19540400

研究課題名 (和文) 格子模型のフラクタル構造と平衡および非平衡系への展開

研究課題名 (英文) Fractal structure of lattice models and applications
to equilibrium and non-equilibrium systems

研究代表者

南 和彦 (Minami Kazuhiko)

名古屋大学・多元数理科学研究科・准教授

研究者番号 : 40271530

研究成果の概要 (和文) : 2次元の細胞選別の問題が1次元で対生成と対消滅のあるランダムウォークに数理的に等価であることを示した。すなわち、細胞選別における接着確率はランダムウォークにおける期待値で書き表される。これは二つの全く異なる生物系が共通の数理構造に支配されている事の一つの実例になっている。この結果はこれらの生物系とスピン格子模型との等価性を利用して得られたものである。また、任意の遷移行列がスピン演算子によって書けること、つまり生物学上の任意の生成規則が原理的にはスピン格子模型の分野で得られている技術と知識を利用して解析できることを示した。

研究成果の概要 (英文) : It is derived that the two-dimensional cell sorting problem is mathematically equivalent to the one-dimensional random walk with pair creations and annihilations, i.e. the adhesion probabilities in the cell sorting model analytically relate to the expectation values in the random walk problem. This is an example that two completely different biological systems are governed by a common mathematical structure. This result is obtained through the equivalences of these systems with lattice spin models. It is also shown that arbitrary generation operators can be written by the spin operators, and hence all of the biological stochastic problems can in principle be analyzed with the use of the techniques and knowledges already obtained in the area of lattice spin systems.

交付決定額

(金額単位 : 円)

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	800,000	240,000	1,040,000
2008年度	800,000	240,000	1,040,000
2009年度	600,000	180,000	780,000
2010年度	600,000	180,000	780,000
年度			
総計	2,800,000	840,000	3,640,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学、数理物理・物性基礎

キーワード：可積分系、可解格子模型、IFS フラクタル

1. 研究開始当初の背景

前年度に2体のXYZ相互作用と4体のIsing相互作用からなる格子模型の厳密解を得て、その相図に関して解析をした。この模型はその極限として1次元と2次元のIsing模型を含み、また4体力による場によって相互作用するdimer模型とも見なせる。これは本質的にeight-vertex模型であり、それに対応して臨界点では臨界指数が連続変化するが、その変換の非線形性を反映して、相図にはリエントラント転移が現れている。

また、スピン格子模型を経由した一連の等価性を通じて、一見異なる生物系、生態系どうしが共通の数理構造を持つ可能性を指摘していた。例えば、細胞選別の数理モデルは、細胞どうしが互いに接着してパターンを形成する生物学上の問題を数理モデル化したものであるが、これは格子上のスピン模型であるIsing模型と等価であり、2次元Ising模型の転送行列は1次元のXY模型およびtransverse Ising模型と等価である。その結果、後者と等価な生物系のモデルであれば、それは細胞選別のモデルと等価であることがわかる。

2. 研究の目的

2010年度の研究の目的は以下のようなものであった：

- 1) 格子模型における知見をネットワーク系、特にHopfield模型に応用すること
- 2) 格子模型と生物系との関係を解析し、生物系の数理的モデルについて定式化すること

- 3) 可解格子模型に現れるフラクタル構造を一般に定式化し、同時に量子情報への応用の可能性を探ること

3. 研究の方法

Hopfield模型は脳の神経回路を模して作られた数理モデルであるが、スピン格子模型の代表例であるIsing模型の一種と見なすことができる。この模型にノイズと誤りの効果、および量子効果を個別に加えてその性質を調べ、規則格子で得られている知見をそこに応用することを考えたい。これは格子模型に蓄積された研究結果の複雑ネットワークへの流入である。

細胞選別の数理モデルは、格子上のスピン模型のひとつであるIsing模型との等価であるが、このうち2次元正方格子Ising模型の転送行列は、1次元のXY模型およびtransverse Ising模型のハミルトニアンと同時対角化可能であり、その関係を明確に定式化するとともに、後者と等価な生態系のモデルの具体例を探す。一般に、一見異なる生態系どうしが共通の数理構造を持つ可能性を探る。

格子模型におけるフラクタル構造を一般に定式化する。また量子情報との関連および応用についての情報収集を続ける。

4. 研究成果

Hopfield模型にノイズの効果を取り入れた更新の規則と、回路を一部切断した更新の規則を考え、記憶の回復の様子を調べた。ノイズによってのみ記憶が回復する場合のあること、回路を切断するとネットワークにハブが現れ、ハブの更新が記憶の回復にとって本質

的であることがわかる。この計算は先行研究との違いを確認するとともに、より大きなシステムでの数値計算が望まれるであろう。

細胞選別の数理モデルに、2次元正方格子Ising模型を経由して等価である1次元のXY模型は、hard-core相互作用を持ち、対生成と対消滅をする粒子のランダムウォークを生成すると考えることができる。確率の保存、定常状態、スピン系の模型に関する既知の結果との関連を議論した。2次元細胞選別の接着確率は、拡張された1次元ランダムウォークの相関関数で書くことができることを示した。

1次元で要素が確率的に移動する現象は、実は生物の最も基本的な部分でしばしば見られる。遺伝情報からタンパク質を合成するmRNA上のリボゾームの運動は、ASEPとして模型化され調べられている。また神経系や細胞内の輸送を担うキネシンの運動は、Kolomeisky-Fisherにより周期構造を持つ1次元格子上の確率過程として解析されている。これらのいわゆる分子モーターの移動の規則は、いずれもスピン演算子によって書き下すことができ、各種の実験結果、つまり内部状態、不純物、非一様性、乖離と付着などの現象も、ハミルトニアンに自然に取り込まれる。そこで一般に、生物系の数理モデルがスピン系のハミルトニアンによって必ず記述されることを示した。その結果、スピン系において得られている結果と知られている解析手法が、生物・生命現象の数理モデルの解析に応用できることになる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計3件)

1) 南 和彦: "格子模型の厳密解と生態系", 査読有, 京都大学数理科学研究所講究録 1704 (2010) 158

2) 曾根彰吾, 久保勲生, 南 和彦: "Hopfield模型における誤りとノイズの効果", 査読有, 京都大学数理科学研究所講究録 1706 (2010) 17

3) Tetsuro KONISHI, Tatsuo Yanagita, "Slow relaxation to equipartition in spring-chain systems", 査読有, Journal of Statistical Mechanics 2010 (2010) 0900

[学会発表] (計7件)

1) 南 和彦: "可解格子模型の等価な系列と細胞選別の数理モデル"
第23回 京都駅前セミナー ~非線形現象の数理を考える~, 2010年5月14日 キャンパスプラザ京都, (招待講演)

2) 南 和彦: "細胞選別の数理モデルと可解な格子模型の等価な系列"
日本数理生物学会年会, 2010年9月, 北海道大学

3) 南 和彦: "可解格子模型の等価な系列と細胞選別の数理モデル"
日本物理学会秋季大会, 2010年9月, 大阪府立大学

4) 南 和彦: "可解格子模型の等価な系列と生命現象の数理モデル"
日本物理学会年会, 2011年3月, 新潟大学五十嵐キャンパス

5) Tetsuro KONISHI, "Partition and relaxation of energy in chain-type systems", Dynamics Days Asia Pacific 6, Jun.13,

2010, University of New South Wales,
Sydney, Australia

6) 小西哲郎、柳田達雄, ”剛体棒あるいは硬
いばねでつながれた鎖状系における末端部粒
子の活発な運動 ”,
第59回理論応用力学講演会, 2010年6月8日,
学術会議

7) 小西哲郎、柳田達雄, ”鎖状多体系の末端
における活発な運動と遅い緩和 ”,
数理解析研究所研究集会「非線形波動現象の
多様性と普遍性」, 2010年10月14日, 京都大
学数理解析研究所, (招待講演)

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

出願年月日 :

国内外の別 :

○取得状況 (計 0 件)

名称 :

発明者 :

権利者 :

種類 :

番号 :

取得年月日 :

国内外の別 :

[その他]

ホームページ等

<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~minami/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

南 和彦 (Minami Kazuhiko)

研究者番号 : 40271530

(2) 研究分担者

小西哲郎 (Konishi Tetsuro)

研究者番号 : 30211238

(3) 連携研究者 なし