

平成 21 年 5 月 11 日現在

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2007～2008

課題番号：19560060

研究課題名（和文） 粒子法による有限変形を伴う弾塑性解析手法の研究

研究課題名（英文） Elastic Plastic Solid Analysis with Finite Deformation  
Using Particle Method

研究代表者

越塚 誠一 (KOSHIZUKA SEIICHI)

東京大学・大学院工学系研究科・教授

研究者番号：80186668

研究成果の概要：粒子法（MPS法, Moving Particle Semi-implicit Method）に基づく弾性解析手法および塑性解析手法を確立した。これまで問題となっていた数値的な振動を抑えるための安定化力を導入し、局所的な数値振動が実際に抑制されることを示した。核燃料の貯蔵用キャスクの地震による振動解析をおこない、弾性解析手法の有用性を示した。さらに、輸送用のキャスクの落下解析をおこない、塑性解析手法の有用性を示した。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	2,400,000	720,000	3,120,000
2008年度	1,200,000	360,000	1,560,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,600,000	1,080,000	4,680,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎・工学基礎

キーワード：計算力学, 粒子法, 弾塑性, MPS, 有限変形, 非圧縮性

## 1. 研究開始当初の背景

粒子法は、従来の有限要素法や差分法と比較して、格子が不要であるという特徴があり、界面の複雑な挙動に対して格子がゆがむというような問題を生じない。さらに、粒子は物質とともに移動するラグランジュ法であるので、界面での数値拡散も生じない。本研究代表者は、MPS(Moving Particle Semi-implicit)法と名づけた粒子法を1995年に開発した。従来の粒子法であるSPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法が圧縮性流れにしか適用できないのに対して、

MPS法は非圧縮性流れに適用できる。そのためMPS法によって自由表面流れや混相流などの工学的な流れの解析が可能であり、原子力工学、機械工学、船舶工学、土木工学などへの応用も盛んである。

一方、構造解析でも粒子法の研究が盛んになってきている。SPH法による構造解析はLiberskyら(Libersky, et al., J. Comput. Phys., 1993)によっておこなわれている。日本でも、酒井(横浜国立大学)や赤星(九州工業大学)が同様なSPH法による解析をおこなっている。しかしながら、これらのSPH法による

構造解析は、線形場の再現性がないだけでなく、Tensile InstabilityやZero Energy Mode Instabilityといった数値不安定性を生じることがLibersky自身により指摘されている（Randles and Libersky, Int. J. Num. Meth. Eng., 2000）。また、大変形を対象としているにもかかわらず、微小変形理論にもとづいた定式化がなされている。線形場の再現については、その後、最小自乗法を用いた定式化によって解決されている。また、本研究代表者が開発したMPS法でも線形場の再現は可能である。しかしながら、数値不安定性に対しては、Fixed Kernelの使用、人工圧力の導入、変位と応力の評価点を空間的に分離するなどの方法が提案されているが、いずれも解決法として十分ではない。

MPS法を用いた構造解析についても、これまで本研究代表者らによって、弾性解析および塑性解析の計算手法が提案されているが、次のような問題が残っている。

- (1) クォータニオンを回転角の自由度として導入することで、有限変形理論における剛体回転の除去をおこなっている。
- (2) 弾性解析では、粒子間相互作用として離散化されたエネルギーをハミルトンの正準方程式で記述し、これにシンプレクティックスキームを適用することでエネルギーの保存性を実現している。
- (3) 弾性解析では、Fixed Kernelを使用するとともに応力を粒子間に配置することにより、Tensile InstabilityとZero Energy Modeを回避している。ただし、粒子間で応力テンソルの全ての成分を求めることが困難であり、塑性解析への適用は難しい。
- (4) 塑性解析では、流体解析で使うKernelを使用し、Tensile InstabilityはMPS法の勾配モデルを改良することで回避できる。しかしながら、応力テンソルの全ての成分を粒子位置で計算するので、Zero Energy Mode Instabilityは回避できない。

一方、酒井ら(2004)および皆木-野口(2005)は、非圧縮性流れ解析で用いられているSMACアルゴリズムにより、大変形時の構造物の非圧縮性を粒子法で計算する方法を開発した。ただ、これらは弾塑性の全ての領域を扱える粒子法としての一般性は持っていない。

## 2. 研究の目的

以上のような背景を踏まえて、本研究では、粒子法を用いた有限変形を伴う弾塑性解析手法を研究する。具体的には以下の項目について手法の適用性を検討する。

- (1) 有限変形において非線形な剛体回転を除去するには、回転行列を用いる方法、オイラー角を用いる方法、クォータニオンを用いる方法、Cauchy-Green の変形テンソルを用いる

方法がある。これらの方法を比較し、弾性解析と塑性解析でそれぞれ適した方法を検討する。

- (2) 大変形時の非圧縮条件を考慮するのに、SMAC による半陰的アルゴリズムあるいはこれと同等の機能を持つ他のアルゴリズム（RATTLE 法など）を組み込むことについて検討する。

- (3) 数値安定性における Tensile Instability と Zero Energy Mode Instability の両方を回避するために、弾性解析と塑性解析では、カーネルや変数配置を別に設定する方がよいと考えられる。そこで、それぞれに適した方法を検討する。

- (4) 上記の検討結果に基づいて、有限変形を伴う粒子法弾塑性解析手法を開発する。

上記の各課題に対しては、基本的な例題を解き、解析解や有限要素法の解と粒子法による計算結果を比較することで、計算時間や計算精度の評価をおこなう。

## 3. 研究の方法

平成19年度は、以下の項目について研究をおこなった。

- (1) 有限変形における非線形な剛体回転を除去する方法の検討
- (2) 大変形時の非圧縮性を計算するアルゴリズムの検討

さらに、平成20年度は、以下の項目について研究をおこなった。

- (3) 構造解析粒子法における数値不安定の回避方法の研究
- (4) 有限変形を伴う粒子法弾塑性解析手法の開発と検証

## 4. 研究成果

平成19年度は、以下研究成果を得た。

- (1) 有限変形における非線形な剛体回転を除去する方法の検討

最小二乗法を用いて粒子位置で変形勾配テンソルを求め、さらにこれに基づいて幾何学的大変形に用いることのできる歪テンソルを導出する方法を開発した。この場合、変位と歪がともに粒子位置に配置されるため、数値不安定が生じるが、これを防ぐ方法を開発した。開発した方法で大変形の解析をおこない、本手法が有効であることを示した。

- (2) 大変形時の非圧縮性を計算するアルゴリズムの検討

上記の計算手法に、さらに非圧縮性条件を導入し、Mooney-Rivlin の構成式に従う非圧縮超弾性体の計算をおこなった。RATTLE 法はSMAC 法と同様に、分離型の半陰的なアルゴリズムであるが、シンプレクティック性を有し、全エネルギーの保存性に優れている。全エネルギーの保存性は、動的な構造解析では重要である。

平成20年度は、以下の研究成果を得た。  
 (3) 構造解析粒子法における数値不安定の回避方法の研究

数値安定性における Tensile Instability と Zero Energy Mode Instability の両方を回避するために、弾性解析では粒子間でひずみをベクトルとして評価し、塑性解析では粒子位置でひずみをテンソルとする方法を使い分けることとした。

Saint Venant-Kirchhoff モデルを構成式とする大変形弾性計算において、図1に示すような、曲げとねじりを初期条件とする大変形を与えて計算を始める。安定化の工夫が無ければ、数値安定性のために微小振動が発達し、その分、構造物全体にわたる振動モードは急速に減衰する。一方、本研究で提案した安定化力を加えると、数値的な振動は抑制され、構造物全体にわたる振動モードは減衰しなくなる(図2)。ただし、安定化力の持つエネルギーも有意な値を持っている。本計算では構造物全体のエネルギーに占める安定化力のエネルギーは比較的小さいが、一般的には問題ごとに安定化力が計算結果に影響を及ぼしていないかどうかを確認する必要がある。



図1 Instability 回避のためのテスト計算

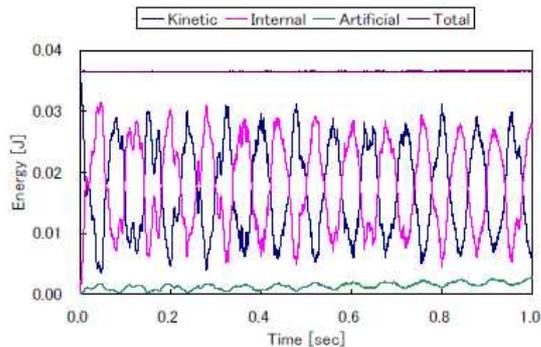


図2 エネルギーの変化(安定化力有)

(4) 有限変形を伴う粒子法弾塑性解析手法の開発と検証

原子力における核燃料貯蔵用キャスクの地震解析、および、輸送用キャスクの落下解析をおこなった。地震解析では、神戸波を入力としてコンクリートを弾性体、鋼鉄を剛体として連成解析おこない、変位や傾き角の大きさに関して妥当な解が得られた。落下解析

ではフィンの塑性変形のモードが、落下時にフィンが地面となす角度によって決まり、実験とのほぼ定量的な一致を得た。

粒子法による塑性大変形の計算例を図3、4に示す。ただし、計算では上方に移動壁を配置し、これを移動させることで地面にキャスクが落下することを模擬している。図3ではフィンと地面のなす角度を0度としており、この場合、2ヶ所で大きく変形していることがわかる。このようなダブルヒンジモードでは衝撃に対するエネルギー吸収が大きい。一方、図4では、フィンと地面のなす角度を20度としており、この場合は1方向にのみ大きく曲がる。これはシングルヒンジモードと呼ばれ、エネルギー吸収が小さい。フィンと地面のなす角度によって変形のモードが異なる計算結果が得られ、これは実験的な知見ともよく一致する。

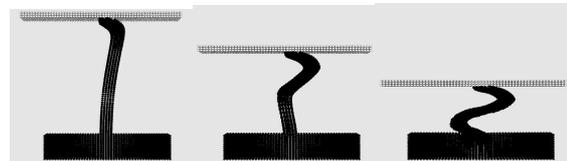


図3 キャスク落下時のフィンの塑性変形(フィンと地面のなす角度は0度)

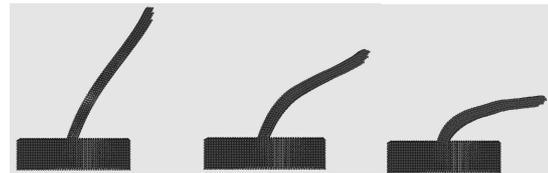


図4 キャスク落下時のフィンの塑性変形(フィンと地面のなす角度は20度)

平成19、20年度を通じて、MPS法に基づく弾性解析手法および塑性解析手法を確立するとともに、核燃料の貯蔵用および輸送用のキャスクの解析に適用し、その有用性を示した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計4件)

Y. Suzuki and S. Koshizuka, "A Hamiltonian Particle Method for Non-linear Elastodynamics," Int. J. Num. Methods. Engrg., **74**, 1344-1373 (2008).

稲垣健太, 酒井幹夫, 越塚誠一, "MPS法によるコンクリートキャスクの地震応答解析," Trans. Japan Society for Computational Engineering and Science, Paper No.20080026 (2008).

稲垣健太, 酒井幹夫, 越塚誠一, "MPS法

を用いた弾塑性解析手法の開発," Trans. Japan Society for Computational Engineering and Science, Paper No.20080031 (2008).

近藤雅裕, 鈴木幸人, 越塚誠一, "最小自乗近似による粒子法弾性解析手法の振動抑制," Trans. Japan Society for Computational Engineering and Science, Paper No.20070031 (2007).

[学会発表](計7件)

稲垣健太, 酒井幹夫, 越塚誠一, "MPS法を用いたキャスクフインの弾塑性解析," 第21回計算力学講演会講演論文集, 沖縄県西原町, November 1-3, 2008, p.183-184.

近藤雅裕, 鈴木幸人, 越塚誠一, "Hamiltonianに基づく粒子法弾性解析手法の精度と安定性," 第21回計算力学講演会講演論文集, 沖縄県西原町, November 1-3, 2008, p.171-172.

稲垣健太, 酒井幹夫, 越塚誠一, "粒子法によるコンクリートキャスクの地震応答解析," 日本原子力学会 2008 年秋の大会, 高知, September 4-6, 2008, D22, p.191.

M. Kondo, S. Koshizuka and M. Takimoto, "Incompressible Gas-Liquid Two Phase Flow Analysis Using a Particle Method for Fuel Cells," Proc. 8th World Congress on Computational Mechanics (WCCM8), Venice, June 30 - July 5, 2008, a901.

K. Inagaki, M. Sakai and S. Koshizuka, "Application of a Particle Method for the Analysis of Concrete Casks Including Backslashes," Proc. 16th Int. Conf. on Nuclear Engineering (ICONE16), Orlando, May 11-15, 2008, ICONE16-48391.

稲垣健太, 越塚誠一, "Development of Three-Dimensional Elastic-Plastic Model for MPS Method," 日本機械学会 2007 年年次大会講演論文集(1), 大阪, September 9-12, 2007, p.9-10.

M. Kondo and S. Koshizuka, "Conservative MPS Method in Elastic Analysis," Proc. Int. Conf. on Computational Methods (ICCM2007), Hiroshima, April 4-6, 2007, p.92.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

越塚 誠一 (KOSHIZUKA SEIICHI)  
東京大学・大学院工学系研究科・教授  
研究者番号：80186668