様式 C-19

科学研究費補助金研究成果報告書

平成　２１年　５月　２９日現在

研究種目：基盤研究（C）
研究期間：２００７～２００８
課題番号：１９５６００７５
研究課題名（和文）　超音波診断の精度向上を目的とした予荷重を受ける積層複合材料の三次元波動解析
研究課題名（英文）3-D wave motion analysis of pre-stressed multi-layered composites for accuracy improvement of ultrasonic diagnostics

研究代表者　Wijeyewickrema, A. C（ワイジエビツクレーマ，アニール．シー）
東京工業大学・大学院理工学研究科・准教授
研究者番号：１０３２３７７６

研究成果の概要：
プレストレスを受けた圧縮性弾性積層材料の主軸以外の方向にも調和波が伝播する特性について検討した.本研究では完全な結合状態にあるプレストレスを受けた 2 つの材料からなる圧縮性弾性積層材料を対象として，その積層材料中の調和波の伝播特性について検討した．また、本研究では不完全な結合状態にあるプレストレスを受けた圧縮性弾性層状対称複合材料を対象として，その複合材料中の調和波の伝播特性について検討した．さらに予荷重を受けた圧縮性弾性媒体における可動性円柱剛体介在物による平面ＳＨ波の分散について研究した.

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
２００７年度	2,200,000	660,000	2,860,000
２００８年度	1,200,000	360,000	1,560,000
年度			
年度			
年度			
総　計	3,400,000	1,020,000	4,420,000

研究分野：工学
科研費の分科・細目：機械工学　機械材料・材料力学
キーワード：材料設計、プロセス、物性、評価

１．研究開始当初の背景

準静的大変形時における重ね合せ増分運動に関する既往の研究は，ほとんどが主方向への波動伝播を扱ったものである．一方，本研究では任意の方向 θ へ伝播する波動を扱うため，既存の解を特殊なケースとして含むという意味で一般化された解を与える点が特色である．本研究の成果は，積層複合材料の製造時や使用時における損傷および材料評価，ひいては補修や部材交換時期の検討にも有用なものである．実際，本研究により上述のモデルに対して分散特性の解析が可能になった段階で，積層複合材料中の介在物やクラックが分散関係に与える影響といったより実際的な問題についても検討を行うことを予定している．予荷重を受けた複合材料中の波動伝播挙動は非常に複雑であるため，理論的な伝播挙動の理解無くして，波動現象を利用した非破壊評価の実現は困難である．また，主方向へ伝播する波動の分散性は既往の研究である程度調べられているが，複雑な構

造物に使用されている複合材料の検査では，トランスデューサから主方向へ波動を入力することはほとんどの場合不可能である．以上の理由から，主方向以外への波動伝播を三次元問題として解析する本研究は，既存の波動場の解を一般化するという基礎研究分野における意義だけでなく，予荷重を受けた複合材料の非破壊評価を実用化する上でも重要かつ不可欠なものであると言える．

２．研究の目的

本研究の目的は，予荷重を受け非線形弾性領域にある(a)二材料積層複合材料及び(b)対称積層複合材料中を，主軸以外の方向にも波動が伝播する３次元波動問題を理論的に解析することである．積層複合材料の健全性を超音波などの波動現象を使って非破壊的に診断するには，材料の損傷も伝播する波動場も三次元的であることから，このように面内-面外方向の挙動がカップルした波動場の三次元解析が重要である．また，理論解析を行うことによって得られる結果は，最終的には数値解を求める必要があるにせよ，支配方程式を直接解く数値解析法よりも時間，精度の面で格段に優れている．さらに，理論解が得られれば，各種解析モデルのパラメータが結果に与える影響を直接調べることができるため，損傷度や材料定数評価のような逆問題への貢献は非常に大きい．本研究では，具体的には，平面内の主軸方向から角度θをなす方向へ波動が伝播する問題を考える．今回得られる理論解は，既往の研究で得られている特定の伝播方向θに対する解と比較を行う．以上により，積層複合材料における波動場のカップリング現象を解明する．

３．研究の方法

予荷重をうける非圧縮二材料積層複合材料の主方向以外への波動伝播について，理論的な検討を行う．解析対象としては，波動伝播方向が平面内の主軸方向から角度θをなしている場合を取り扱う．ここでは材料の界面を完全結合と仮定し，増分境界値問題として定式化することで，伝播マトリックス法を用いて，高精度に分散関係を求める．なお，分散関係は，一般化ひずみエネルギー関数を有する材料に対して解析を行い，Mooney-Rivlin 材料に対して数値解を求める予定である．そして，位相速度-波数関係，周波数-波数関係を表わす分散曲線を求める．以下に，本研究における検討手法について説明する．

(a)波動分散特性：積層材料中を伝播する波動の速度は，波数に依存すると考えられ，それは分散関係，すなわち，分散特性曲線により関係付けられる．この分散特性曲線は，本研究で実施するように，理論的,数値的計算により求めることができると考えられる．

(b)安定性解析：波動分散特性の明確化により求められる位相速度が全て正であるならば，その複合材料は安定であると考えられる．なかでも，波動分散特性から得られる限界曲線は，予荷重状態の最大，最小限界，さらには，積層材料の場合には，安定な領域の限界を表すものである．この予荷重状態の最大，最小限界を明らかにすることが，複合材料の座屈など不安定挙動の把握・防止に不可欠であり，層状複合材料においてもそれが安定性を解析するための理論的な手法となる．

４．研究成果

4.1)　プレストレスを受けた厚さ $2h$ の圧縮弾性積層材料中を非主軸方向に伝播する調和波の特性.

この場合、 x_1x_3 平面はその層の中央平面と一致しており，x_2 軸はその層に対して垂直である。波動の伝播方向は x_3 軸から角度 θ の方向である．得られた分散関係は以下に示すとおりである．

対称波:

$$\tilde{q}_1 H(\tilde{q}_1,\rho v^2)\tilde{T}_2\tilde{T}_3\left(\tilde{q}_2^2-\tilde{q}_3^2\right)\big[\gamma_{21}\gamma_{23}\tilde{q}_2^2\tilde{q}_3^2 d_1$$
$$+\gamma_{21}\gamma_{23}\left(\tilde{q}_2^2+\tilde{q}_3^2\right)\left(\delta_{12}\left(\gamma_{32}-\sigma_3\right)-\delta_{23}\left(\gamma_{21}-\sigma_2\right)\right)$$
$$(\rho v^2(\Delta_5-\rho v^2)-\Delta_6)-d_2\big]$$
$$-\tilde{q}_2 H(\tilde{q}_2,\rho v^2)\tilde{T}_1\tilde{T}_3\left(\tilde{q}_1^2-\tilde{q}_3^2\right)\big[\gamma_{21}\gamma_{23}\tilde{q}_1^2\tilde{q}_3^2 d_1$$
$$+\gamma_{21}\gamma_{23}\left(\tilde{q}_1^2+\tilde{q}_3^2\right)\left(\delta_{12}\left(\gamma_{32}-\sigma_3\right)-\delta_{23}\left(\gamma_{21}-\sigma_2\right)\right)$$
$$(\rho v^2(\Delta_5-\rho v^2)-\Delta_6)-d_2\big]$$
$$+\tilde{q}_3 H(\tilde{q}_3,\rho v^2)\tilde{T}_1\tilde{T}_2\left(\tilde{q}_1^2-\tilde{q}_2^2\right)\big[\gamma_{21}\gamma_{23}\tilde{q}_1^2\tilde{q}_2^2 d_1$$
$$+\gamma_{21}\gamma_{23}\left(\tilde{q}_1^2+\tilde{q}_2^2\right)\left(\delta_{12}\left(\gamma_{32}-\sigma_3\right)-\delta_{23}\left(\gamma_{21}-\sigma_2\right)\right)$$
$$(\rho v^2(\Delta_5-\rho v^2)-\Delta_6)-d_2\big]=0,$$

反対称波:

$$\tilde{q}_1 H(\tilde{q}_1,\rho v^2)\tilde{T}_1\left(\tilde{q}_2^2-\tilde{q}_3^2\right)\big[\gamma_{21}\gamma_{23}\tilde{q}_2^2\tilde{q}_3^2 d_1$$
$$+\gamma_{21}\gamma_{23}\left(\tilde{q}_2^2+\tilde{q}_3^2\right)\left(\delta_{12}\left(\gamma_{32}-\sigma_3\right)-\delta_{23}\left(\gamma_{21}-\sigma_2\right)\right)$$
$$(\rho v^2(\Delta_5-\rho v^2)-\Delta_6)-d_2\big]$$
$$-\tilde{q}_2 H(\tilde{q}_2,\rho v^2)\tilde{T}_2\left(\tilde{q}_1^2-\tilde{q}_3^2\right)\big[\gamma_{21}\gamma_{23}\tilde{q}_1^2\tilde{q}_3^2 d_1$$
$$+\gamma_{21}\gamma_{23}\left(\tilde{q}_1^2+\tilde{q}_3^2\right)\left(\delta_{12}\left(\gamma_{32}-\sigma_3\right)-\delta_{23}\left(\gamma_{21}-\sigma_2\right)\right)$$
$$(\rho v^2(\Delta_5-\rho v^2)-\Delta_6)-d_2\big]$$
$$+\tilde{q}_3 H(\tilde{q}_3,\rho v^2)\tilde{T}_3\left(\tilde{q}_1^2-\tilde{q}_2^2\right)\big[\gamma_{21}\gamma_{23}\tilde{q}_1^2\tilde{q}_2^2 d_1$$
$$+\gamma_{21}\gamma_{23}\left(\tilde{q}_1^2+\tilde{q}_2^2\right)\left(\delta_{12}\left(\gamma_{32}-\sigma_3\right)-\delta_{23}\left(\gamma_{21}-\sigma_2\right)\right)$$
$$(\rho v^2(\Delta_5-\rho v^2)-\Delta_6)-d_2\big]=0,$$

ここに $\tilde{q}_m^2$ $(m=1,2,3)$ は特性方程式の根である．

$$
\begin{aligned}
&\gamma_{12}\gamma_{23}\alpha_{22}\tilde{q}^6+\tilde{q}^4\{(\alpha_{22}\gamma_{21}+\alpha_{22}\gamma_{23}+\gamma_{21}\gamma_{23})\rho v^2-\Delta_1\}\\
&+\tilde{q}^2\{(\gamma_{21}+\gamma_{23}+\alpha_{22})\rho^2 v^4-\Delta_2\rho v^2+\Delta_3\}\\
&+(\rho v^2-\Delta_4)(\rho^2 v^4-\Delta_5\rho v^2+\Delta_6)=0,
\end{aligned}
$$

ただし、

$$
\begin{aligned}
\Delta_1 &= \gamma_{23}\beta_{12}\sin^2\theta+\gamma_{21}\beta_{23}\cos^2\theta\\
&\quad+\alpha_{22}(\gamma_{23}\gamma_{21}\sin^2\theta+\gamma_{31}\gamma_{23}\cos^2\theta),\\
\Delta_2 &= (\beta_{12}+\eta_{123})\sin^2\theta+(\beta_{23}+\eta_{321})\cos^2\theta,\\
\Delta_3 &= \Delta_4(\alpha_{22}\gamma_{23}\sin^2\theta+\alpha_{33}\gamma_{21}\cos^2\theta)+\gamma_{13}\beta_{12}\sin^4\theta\\
&\quad+\gamma_{31}\beta_{23}\cos^4\theta+(\alpha_{22}\beta_{13}+\mu_{123}+\mu_{321}+\gamma_{12}\gamma_{31}\gamma_{23}\\
&\quad+\gamma_{13}\gamma_{21}\gamma_{32})\sin^2\theta\cos^2\theta,\\
\Delta_4 &= \gamma_{12}\sin^2\theta+\gamma_{32}\cos^2\theta,
\end{aligned}
$$

$$\alpha_{ij}=\mathcal{A}_{0iijj},\quad \gamma_{ij}=\mathcal{A}_{0ijij},\quad (i,j=1,2,3),$$

$$\delta_{ij}=\alpha_{ij}+\gamma_{ji}-\sigma_j,\ \beta_{ij}=\alpha_{ii}\alpha_{jj}+\gamma_{ij}\gamma_{ji}-\delta_{ij}^2,$$

であり、また

$\mathcal{A}_{0ijkl}$ は一次瞬間弾性係数の四次テンソルにおける要素である．

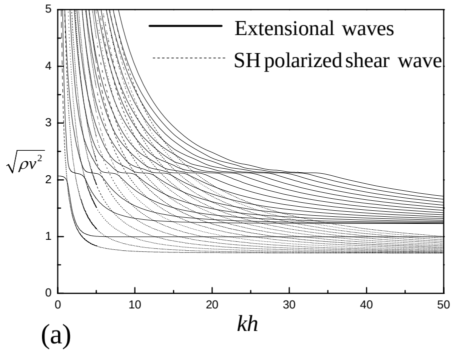
$$
\begin{aligned}
d_1 &= \gamma_{23}\delta_{12}\alpha_{23}\left(\rho v^2-\alpha_{11}\sin^2\theta-\gamma_{31}\cos^2\theta\right)\\
&\quad-\gamma_{21}\delta_{23}\alpha_{12}\left(\rho v^2-\gamma_{13}\sin^2\theta-\alpha_{33}\cos^2\theta\right)\\
&\quad+\delta_{13}\left(\gamma_{23}\delta_{12}\alpha_{12}\sin^2\theta-\gamma_{21}\delta_{23}\alpha_{23}\cos^2\theta\right),\\
d_2 &= \left(\rho v^2\left(\Delta_5-\rho v^2\right)-\Delta_6\right)\\
&\quad\Big\{\left(\rho v^2-\alpha_{11}\sin^2\theta-\gamma_{31}\cos^2\theta\right)\ \gamma_{23}\delta_{23}(\gamma_{21}-\sigma_2)\\
&\quad-\left(\rho v^2-\gamma_{13}\sin^2\theta-\alpha_{33}\cos^2\theta\right)\gamma_{21}\delta_{12}(\gamma_{32}-\sigma_3)\\
&\quad+\delta_{13}\left(\gamma_{23}\delta_{12}\sin^2\theta(\gamma_{21}-\sigma_2)-\gamma_{21}\delta_{23}\cos^2\theta(\gamma_{32}-\sigma_3)\right)\Big\},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta_5 &= (\alpha_{11}+\gamma_{13})\sin^2\theta+(\alpha_{33}+\gamma_{31})\cos^2\theta,\\
\Delta_6 &= \beta_{13}\sin^2\theta\cos^2\theta+\alpha_{11}\gamma_{13}\sin^4\theta+\alpha_{33}\gamma_{31}\cos^4\theta,\\
H(\tilde{q}_n,\rho v^2) &= \alpha_{22}\phi(\tilde{q}_n,\rho v^2)-\alpha_{12}\sin^2\theta\\
&\qquad\{\delta_{13}\delta_{23}\cos^2\theta+\delta_{12}g(\tilde{q}_n,\rho v^2)\}\\
&\qquad-\alpha_{23}\cos^2\theta\{\delta_{12}\delta_{13}\sin^2\theta+\delta_{23}f(\tilde{q}_n,\rho v^2)\},\\
f(\tilde{q}_n,\rho v^2) &= \tilde{q}_n^2\gamma_{21}+\rho v^2-\alpha_{11}\sin^2\theta-\gamma_{31}\cos^2\theta,\\
g(\tilde{q}_n,\rho v^2) &= \tilde{q}_n^2\gamma_{23}+\rho v^2-\gamma_{13}\sin^2\theta-\alpha_{33}\cos^2\theta,\\
\phi(\tilde{q}_n,\rho v^2) &= \delta_{13}^2\cos^2\theta\sin^2\theta-f(\tilde{q}_n,\rho v^2)g(\tilde{q}_n,\rho v^2),\\
\tilde{T}_m &= \tanh(\tilde{q}_m kh),\ \ (m=1,2).
\end{aligned}
$$

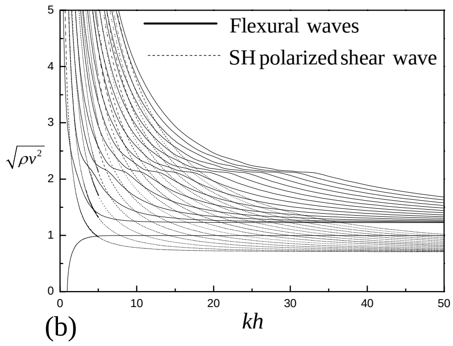
以下に示すパラメーターを持った Blatz-Ko 材料から構成される層について計算結果を示す．

$$\sigma_1=\sigma_2=-0.5\mu,\ \sigma_3=0.5\mu,\ \mu=1.$$

$\theta=\pi/2$ における平面ひずみ状態での伸張波と屈曲波の分散曲線を SH 波の結果と共に図 4.1(a), (b)に示す．SH 波は $\theta=0,\pi/2$ のみにおいて，伸張波あるいは屈曲波と無関係な挙動を示す。他の伝播方向の場合は SH 波と伸張波あるいは屈曲波を分けることはできない．$kh\to 0$ としたとき，伸張波において基礎モードの位相速度は有限の極限に近づき，一方で屈曲波においては基本モードの位相速度は小さくなっていき，他の高次モードでは無限の位相速度になる．$kh\to\infty$ としたとき，伸張波と屈曲波は両方とも同じ極限に近づく．その位相速度は表面波の速度，界面波の速度もしくはその層の位相速度の極限に近づいている．



(a)



(b)

Fig. 4.1 $\theta=\pi/2$ に対する(a) 伸張波，(b)屈曲波の基本モードと 15 モード高次の分散曲線

4.2) プレストレスを受けた二つの材料からなる圧縮弾性積層材料中を伝播する調和波の伝播特性.

この場合、対称波と反対称波の場合における分散関係は別々にすることができない．その分散関係は以下の式から与えられる．

プレストレスを受けた二つの材料からなる積層は，厚さ h の上層と，その層と完全結合している厚さ d の下層から構成されている．

$$
\begin{aligned}
&\tilde{q}_2^{*2}\tilde{S}_1^*\tilde{S}_2^*\tilde{f}^*(\tilde{q}_1^*)^2\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)^2\left[\bar{\delta}^{*2}\Delta_1+\bar{\delta}^*\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)\Delta_2+\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)^2\Delta_3\right]\\
&+\tilde{q}_1^{*2}\tilde{S}_1^*\tilde{S}_2^*\tilde{f}^*(\tilde{q}_2^*)^2\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)^2[\bar{\delta}^{*2}\Delta_1+\bar{\delta}^*\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)\Delta_2+\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)^2\Delta_3]\\
&+\bar{\delta}^*\tilde{q}_1^*\tilde{q}_2^*\tilde{f}^*(\tilde{q}_1^*)\tilde{f}^*(\tilde{q}_2^*)\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)\left[\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)+\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)\right]\\
&\Delta_2\left(1-\tilde{C}_1^*\tilde{C}_2^*\right)+\bar{\delta}^{*2}\tilde{q}_1^*\tilde{q}_2^*\Delta_5\\
&\left[\tilde{C}_2^*\tilde{S}_1^*\tilde{q}_1^*\tilde{f}^*(\tilde{q}_2^*)\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)^2\left[\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)-\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)\right]\right.\\
&\left.-\tilde{C}_1^*\tilde{S}_2^*\tilde{q}_2^*\tilde{f}^*(\tilde{q}_1^*)\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)^2\left[\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)-\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)\right]\right]\\
&-\tilde{f}^*(\tilde{q}_1^*)\tilde{f}^*(\tilde{q}_2^*)\Delta_4\left[\tilde{C}_1^*\tilde{S}_2^*\tilde{q}_1^*\tilde{f}^*(\tilde{q}_2^*)\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)^3\right.\\
&\left.+\tilde{C}_2^*\tilde{S}_1^*\tilde{q}_2^*\tilde{f}^*(\tilde{q}_1^*)\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)^3\right]\\
&+\tilde{f}^*(\tilde{q}_1^*)\tilde{f}^*(\tilde{q}_2^*)\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)\\
&\left[\Delta_4\left[\tilde{C}_2^*\tilde{S}_1^*\tilde{q}_2^*\tilde{f}^*(\tilde{q}_1^*)\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)+\tilde{C}_1^*\tilde{S}_2^*\tilde{q}_1^*\tilde{f}^*(\tilde{q}_2^*)\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)\right]\right.\\
&\left.-2\Delta_3\tilde{q}_1^*\tilde{q}_2^*\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)\left(\tilde{C}_1^*\tilde{C}_2^*-1\right)\right]
\end{aligned}
$$

$$+\bar{\delta}^{*2}\tilde{f}^*(\tilde{q}_1^*)\tilde{f}^*(\tilde{q}_2^*)\tilde{q}_1^*\tilde{q}_2^*\Delta_1\Big[2\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)$$
$$-\tilde{C}_1^*\tilde{C}_2^*\big[\tilde{g}^*(\tilde{q}_1^*)^2+\tilde{g}^*(\tilde{q}_2^*)^2\big]\Big]=0,$$

ここに $\tilde{q}_m^{*2}$ $(m=1,2)$ は特性方程式の根である．

$$\alpha_{22}^*\gamma_2^*\tilde{q}^{*4}-(\alpha_{11}'^*\alpha_{22}^*+\gamma_1'^*\gamma_2^*-\delta^{*2})\tilde{q}^{*2}+\alpha_{11}'^*\gamma_1'^*=0,$$

ただし，

$$\Delta_1=r^2\Big[2\tilde{q}_1\tilde{q}_2\tilde{f}(\tilde{q}_1)\tilde{f}(\tilde{q}_2)\tilde{g}(\tilde{q}_1)^2\tilde{g}(\tilde{q}_2)^2\left(\tilde{C}_1\tilde{C}_2-1\right)$$
$$-\Big[\tilde{q}_1^2\tilde{f}(\tilde{q}_2)^2\tilde{g}(\tilde{q}_1)^4+\tilde{q}_2^2\tilde{f}(\tilde{q}_1)^2\tilde{g}(\tilde{q}_2)^4\Big]\tilde{S}_1\tilde{S}_2\Big],$$

$$\Delta_2=2r\bar{\delta}\Big[\tilde{q}_1\tilde{q}_2\tilde{f}(\tilde{q}_1)\tilde{f}(\tilde{q}_2)\tilde{g}(\tilde{q}_1)\tilde{g}(\tilde{q}_2)\big[\tilde{g}(\tilde{q}_1)+\tilde{g}(\tilde{q}_2)\big]$$
$$\left(1-\tilde{C}_1\tilde{C}_2\right)$$
$$+\Big[\tilde{q}_1^2\tilde{f}(\tilde{q}_2)^2\tilde{g}(\tilde{q}_1)^3+\tilde{q}_2^2\tilde{f}(\tilde{q}_1)^2\tilde{g}(\tilde{q}_2)^3\Big]\tilde{S}_1\tilde{S}_2\Big],$$

$$\Delta_3=\bar{\delta}^2\Big[\tilde{q}_1\tilde{q}_2\tilde{f}(\tilde{q}_1)\tilde{f}(\tilde{q}_2)\Big[\Big\{\tilde{g}(\tilde{q}_1)^2+\tilde{g}(\tilde{q}_2)^2\tilde{C}_1\tilde{C}_2\Big\}$$
$$-2\tilde{g}(\tilde{q}_1)\tilde{g}(\tilde{q}_2)\big]$$
$$+\Big[\tilde{q}_1^2\tilde{f}(\tilde{q}_2)^2\tilde{g}(\tilde{q}_1)^2+\tilde{q}_2^2\tilde{f}(\tilde{q}_1)^2\tilde{g}(\tilde{q}_2)^2\Big]\tilde{S}_1\tilde{S}_2\Big],$$

$$\Delta_4=-r\bar{\delta}^2\tilde{q}_1\tilde{q}_2\big[\tilde{g}(\tilde{q}_1)-\tilde{g}(\tilde{q}_2)\big]$$
$$\Big[\tilde{C}_2\tilde{S}_1\tilde{q}_1\tilde{f}(\tilde{q}_2)\tilde{g}(\tilde{q}_1)^2-\tilde{C}_1\tilde{S}_2\tilde{q}_2\tilde{f}(\tilde{q}_1)\tilde{g}(\tilde{q}_2)^2\Big],$$

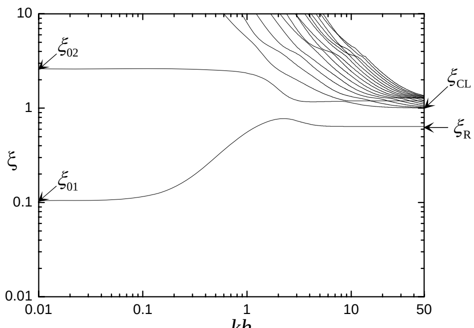
$$\Delta_5=r\tilde{f}(\tilde{q}_1)\tilde{f}(\tilde{q}_2)\big[\tilde{g}(\tilde{q}_1)-\tilde{g}(\tilde{q}_2)\big]$$
$$\Big[-\tilde{C}_1\tilde{S}_2\tilde{q}_1\tilde{f}(\tilde{q}_2)\tilde{g}(\tilde{q}_1)^2+\tilde{C}_2\tilde{S}_1\tilde{q}_2\tilde{f}(\tilde{q}_1)\tilde{g}(\tilde{q}_2)^2\Big].$$

$$\tilde{f}(\tilde{q}_m)=\tilde{q}_m^2-\bar{\alpha}_{11}',\ \tilde{g}(\tilde{q}_m)=\bar{\alpha}_{22}\tilde{f}(\tilde{q}_m)+\bar{\delta}\,\bar{\alpha}_{12},$$
$$\bar{\alpha}_{11}'=\alpha_{11}'/\gamma_2=\bar{\alpha}_{11}-\xi,\ \bar{\alpha}_{ij}=\alpha_{ij}/\gamma_2,$$
$$\bar{\delta}=\delta/\gamma_2=\bar{\alpha}_{12}+1-\bar{\sigma}_2,\ \bar{\sigma}_2=\sigma_2/\gamma_2,$$
$$\tilde{C}_m=\cosh(\tilde{q}_m kh),\quad \tilde{S}_m=\sinh(\tilde{q}_m kh),$$
$$\tilde{f}^*(\tilde{q}_m^*)=\tilde{q}_m^{*2}-\bar{\alpha}_{11}'^*,\ \tilde{g}^*(\tilde{q}_m^*)=\bar{\alpha}_{22}^*\tilde{f}^*(\tilde{q}_m^*)+\bar{\delta}^*\bar{\alpha}_{12}^*,$$
$$\bar{\alpha}_{11}'^*=\alpha_{11}'^*/\gamma_2^*=\bar{\alpha}_{11}^*-\xi^*,\ \bar{\alpha}_{ij}^*=\alpha_{ij}^*/\gamma_2^*,$$
$$\bar{\delta}^*=\delta^*/\gamma_2^*=\bar{\alpha}_{12}^*+1-\bar{\sigma}_2^*,\ \bar{\sigma}_2^*=\sigma_2^*/\gamma_2^*=r\bar{\sigma}_2,$$
$$\xi^*=\rho^*v^2/\gamma_2^*=a\xi,\ r=\gamma_2/\gamma_2^*,\ a=r\rho^*/\rho,\ (i,j=1,2),$$
$$\tilde{S}_m^*=\sinh[\tilde{q}_m^*Dkh],\ \tilde{C}_m^*=\cosh[\tilde{q}_m^*Dkh],\ \ (m=1,2).$$

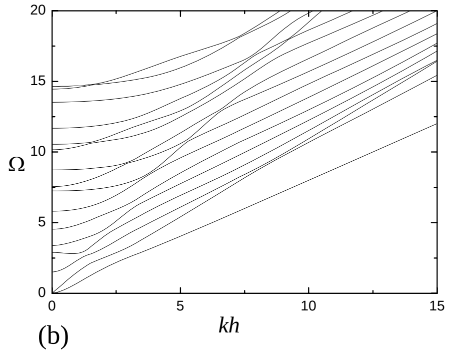
以下に示すパラメーターをもった 2 パラメーターの圧縮性 neo-Hookean 材料に関して計算結果を与える．

$$\sigma_1=\sigma_2=-0.5\mu,\ \lambda_3=1,\ \sigma_2^*=-0.5\mu,\ \lambda_3^*=1,\ \mu/\mu^*=0.4,$$
$$\kappa'/\mu=2.5,\ \kappa'^*/\mu^*=2.0,\ \rho_0/\rho_0^*=0.2,\ d_0/h_0=0.791.$$

分散曲線と周波数スペクトルは図 4.2(a)及び図 4.2(b) にそれぞれ示す．$kh\to 0$ としたとき，図 4.2 (a)から 基本モードとその次の低次モードの 2 乗位相速度は $\xi^{(1)}\to\xi_{01},\ \xi^{(2)}\to\xi_{02}$ というように有限の極限に近づく．そして，他の高次モードにおいては $\xi^{(n)}\to\infty,\ (n=3,\ 4,...)$ というように無限の位相速度を持つ．$kh\to\infty$ のとき，基本モードは表面波の速度に近づき，他の高次モードでは複合材料中を通る波の 2 乗位相速度の極限に近づく．図 4.2(b)の周波数スペクトル図より，$kh\to 0$ のときすべてのモードにおける周波数がカットオフ周波数に近づき，さらに，基本モードと 2 次モードのカットオフ周波数がゼロとなることがわかる．



(a)



(b)

Fig. 4.2 基礎モードと次の 15 モード高次の(a)分散曲線と(b)周波数スペクトル

4.3) 不完全な結合状態にあるプレストレスを受けた圧縮性弾性層状対称複合材料中を伝播する調和波の特性．

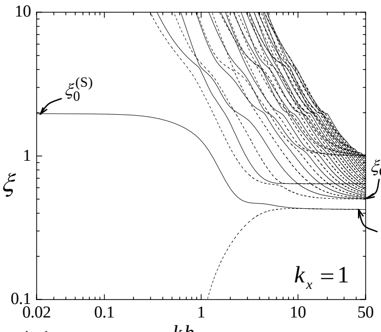
プレストレスされた積層材料は，内側が厚さ $2d$ の層，外側が h の層から構成されている．調和波は x_1 方向に伝播し，x_2 方向を積層複合材料の自由表面に垂直な方向とする．対称波と反対称波における分散関係，分散曲線そして周波数スペクトルの詳細は Ref. [1]に示す．ここでは計算例として，以下に示すパラメーターをもった 2 パラメーターの圧縮性 neo-Hookean 材料に関していくつかの計算結果を示す．

$$\sigma_1=\sigma_2=\sigma_1^*=\sigma_2^*=-0.5\mu,\ \ \mu/\mu^*=0.4,\ \kappa'/\mu=2.5,$$
$$\kappa'^*/\mu^*=2.0,\ \rho_0/\rho_0^*=0.2\ \text{and}\ d_0/h_0=0.791.$$

k_x はせん断におけるばね係数である．

分散曲線と周波数スペクトルは図 4.3(a)及び図 4.2(b) にそれぞれ示す．$kh\to 0$ としたとき，図 4.3 (a)から 基本モードにおける対称波の 2 乗位相速度は $\xi_{\mathrm{S}}^{(1)}\to\xi_0^{\mathrm{S}}$ というように有限の極限に近づく．一方で，基本モードにおける反対称波の 2 乗位相速度 $\xi_{\mathrm{A}}^{(1)}$ は小さくなってい

き， 他 の 高 次 モ ー ド で は $\xi_S^{(n)}, \xi_A^{(n)} \to \infty, (n = 2,3,...)$ ，即ち，2 乗位相速度は無限大となる．$kh \to \infty$ のとき，対称波と反対称波は両方とも漸近極限をとる．図 4.3(b)の周波数スペクトル図より $kh \to 0$ のとき基本モードにおける反対称波は，カットオフ周波数を持たず，限界２乗位相速度が負となり，対象波は $kh \to 0$ の時ゼロとなるような有限の限界位相速度を持つことがわかる．



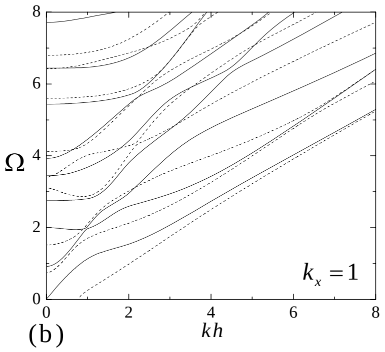


Fig. 4.3 基本モードと次の 15 モード高次の(a)分散曲線と(b)周波数スペクトル （実線：対称波、点線：反対称波）

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計　３　件）

① Wijeyewickrema, A. C. and Leungvichcharoen, S., 2009, ″Wave propagation in pre-stressed imperfectly bonded compressible elastic layered composites″, *Mechanics of Materials* (in press). 査読有。

② Wijeyewickrema, A. C., Ushida, Y. and Kayestha, P., 2008, ″ Wave propagation in a pre-stressed compressible elastic layer with constrained boundaries″, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol. 3, No. 10, pp. 1963-1976 査読有。

③ Tai, M., Wijeyewickrema, A. C. and Llouquet, O., 2008, ″Saint-Venant end effects of transversely isotropic piezoelectric materials″, *Advanced Materials Research*, Vols. 33-37, pp. 725-730. 査読有。

〔学会発表〕（計　7　件）

① Leungvichcharoen, S., Wijeyewickrema, A. C. and Senjuntichai, T., 2009, ″Scattering of plane SH-waves by a movable rigid inclusion in a pre-stressed compressible elastic medium″, *Proceedings of the Sixth Regional Symposium on Infrastructure Development (RSID6)*, January 12-13, Bangkok, Thailand,, paper ID: RSID6-STR.27 (6 pgs).

② Wijeyewickrema, A. C., Tai, M. and Llouquet, O., 2008, ″The influence of boundary conditions on decay rates of transversely isotropic piezoelectric materials″, *Proceedings of the International Conference on Advances in Continuum Mechanics, Materials Science, Nanoscience and Nanotechnology: Dedicated to Professor Munidasa P. Ranaweera,*, September 26-27, University of Peradeniya, Sri Lanka, pp. 31-46.

③ Wijeyewickrema A.C., and Leungvichcharoen, S., 2008, ″Dispersive behavior of waves in pre-stressed imperfectly bonded compressible elastic layered composites″, *Proceedings of the 22nd International Congress of Theoretical and Applied Mechanics*, August 24-29, Adelaide, Australia, pp. 261.

④ Wijeyewickrema, A. C. and Yamaki, Y., 2008, ″Flexural wave propagation in elastic layered composites as thickness waves superimposed on membrane carrier waves″, *Proceedings of the Inaugural*

International Conference of the Engineering Mechanics Institute, ASCE (EM08), May 19-21, Minneapolis, MN, USB Page 101.

⑤ Wijeyewickrema, A. C. and Kuroiwa, T., 2008, "Saint-Venant end effects in pre-stressed compressible sandwich composites", *Proceedings of the Inaugural International Conference of the Engineering Mechanics Institute, ASCE (EM08),* May 19-21, Minneapolis, MN, USB Page 101.

⑥ Wijeyewickrema, A. C. and Yamaki, Y., 2008, "Extensional wave propagation in elastic layered composites as thickness waves superimposed on membrane carrier waves", *Proceedings of the Fifteenth International Conference on Computational and Experimental Engineering and Sciences (ICCES'08)*, March 16-20, Honolulu, Hawaii, USA, pp. 1670.

⑦ Tai, M. Wijeyewickrema, A. C. and Llouquet, O., 2007, "Saint-Venant end effects of transversely isotropic piezoelectric materials", *Proceedings of the Seventh International Conference on Fracture and Strength of Solids,* FEOFS 2007, August 27-30, Urumqi, China, Paper No. 583, pp. 255.

６．研究組織

(1)研究代表者

Wijeyewickrema、A. C. (ワイジエビツクレーマ, アニール. シー)
東京工業大学・大学院理工学研究科・准教授
研究者番号：１０３２３７７６

(2)研究分担者：

岸本　喜久雄 (KISHIMOTO　KIKUO)
東京工業大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：３０１１１６５２

(3)連携研究者

なし