

研究種目：基盤研究 C  
 研究期間：2007～2008  
 課題番号：18560229  
 研究課題名（和文） 局所境界積分型メッシュレス法による疲労き裂を有する構造物の振動解析システムの開発  
 研究課題名（英文） Development of the vibration analysis system for structures with breathing cracks by the local boundary integral meshless method  
 研究代表者  
 神谷 恵輔 (KAMIYA KEISUKE)  
 愛知工業大学・工学部・教授  
 研究者番号：50242821

## 研究成果の概要：

機械や構造物の破断，損傷の主な原因として疲労によるクラックがある．このためクラックが生じた場合の挙動の精度良い解析は，機械や構造物の破断・損傷防止のための設計やクラックのモニタリングシステムを構築する上でキーポイントとなる重要な技術である．本研究ではクラックを有する構造物の振動問題に対するメッシュレス型の精度良い解析手法を開発した．

## 交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	1,600,000	480,000	2,080,000
2008 年度	1,700,000	510,000	2,210,000
年度			
年度			
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

## 研究分野：工学

科研費の分科・細目：機械工学・機械力学・制御

キーワード：ブリージングクラック，振動解析，数値解析，メッシュレス法

## 1. 研究開始当初の背景

発電所の配管やタービン等は破断すると重大な事故に直結する．2004 年には美浜原子力発電所の蒸気噴出事故が発生している．またはまだ記憶に新しいところである．また 2006 年には，人的被害こそなかったものの，浜岡原子力発電所や志賀原子力発電所におけるタービンプレードの損傷事故も起きている．このような機械や構造物の破断，損傷の主な原因として疲労によるクラックがある．このためクラックが生じた場合の挙動の精度良い解析は，機械や構造物の破断・損傷防止のための設計やクラックのモニタリ

ングシステムを構築する上でキーポイントとなる重要な技術である．

疲労によるクラックをもつ機械や構造物の振動解析にあたって困難な問題は，疲労によるクラックは系の振動状態に応じて開閉し，このため系が非線形系となることである．このような開閉するクラックはブリージングクラックと呼ばれる．一般に規模が大きな非線形系の振動解析は難しい問題である．さらにブリージングクラックの開閉は，クラックが存在する位置における曲げモーメントの符号に依存する．このような力やモーメントに依存する非線形性を有する系の振動解

析に関する研究は見当たらなかった。

## 2. 研究の目的

前述のように、ブリージングクラックを有する構造物は、変形に応じてクラックが開閉する非線形振動系となる。このクラックの開閉を決める量は、通常解析法では陽な形で取り扱われない曲げモーメントの符号である。加えて、生じるクラックは複数の、複雑な形のものとなる可能性がある。

本研究では、ブリージングクラックを有する構造物の振動解析理論を確立し、これに基づく数値解析ソフトウェアを開発することを目的とした。

## 3. 研究の方法

数値解析を行うための方法として、有限要素法が広く用いられている。しかし、通常の有限要素法を用いて上記の目的を達成するためには、問題となる点が二つある。

一つは、一般的な曲げの問題に対する有限要素法では、クラックの開閉を決める曲げモーメントが陽な形で含まれていないことである。このためクラックの開閉条件の取り扱いが困難となる。二つ目は、クラックの形状が複雑な場合、メッシュの生成に手間がかかり、精度も悪化しやすいことである。本研究では、上記の問題を以下のようにして克服した。

まず、クラックの開閉を決める曲げモーメントの陽な形で取り扱いが可能となるよう、混合型変分原理と呼ばれる力学原理を用いて、問題の定式化を行った。混合型変分原理は、はりや板などの曲げの問題に対して、たわみと曲げモーメントの両者を用いた定式化を可能とするものである。曲げ剛性  $EI$ 、密度  $\rho$  のはりに対して、混合型変分原理では、弾性エネルギーの変分  $\delta U$  を以下のように表す。

$$\delta U = \int_{\Omega} \left( -M \frac{\partial^2 \delta u}{\partial x^2} - \delta M \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{EI} M \delta M \right) dx$$

ここに  $u$  ははりのたわみ、 $M$  は曲げモーメントであり、 $\Omega$  ははりの領域を表す。この表現式を用いることで、曲げモーメントを陽に表し、クラックの開閉条件を自然な形で定式化できるようにした。

次に、クラックの形状の問題を解決するため、メッシュ分割が必要な有限要素法ではなく、メッシュ分割を必要としないメッシュレス型の解析法を用いることとした。研究代表者は、屋根型重み関数を用いたメッシュレス法に関する研究を行っている。この方法はメッシュを必要としないだけでなく、定式化

の過程で必要となる積分計算を、局所領域および全体領域の境界上で行えばよく、領域積分を必要としないという特徴を持つ。クラックは構造物の境界部分を形作るため、クラック部の特性を支配方程式に組み込む際、クラック部分の評価は対象領域とは別に行うことができる。これによりクラック形状や位置の影響を調べることが比較的容易に行える。

さらに、曲げの問題の場合、支配方程式は通常、空間座標に関する4階の微分方程式となるが、混合型変分原理を用いると2階の連立微分方程式となる。屋根型重み関数を用いるメッシュレス法は、その特性上、2階の微分方程式に対して定式化が可能である。この意味でも、混合型変分原理と屋根型重み関数を用いるメッシュレス法の組み合わせは相性がよく、高効率かつ高精度の解析が期待できる。

以上の考えを基礎として、定式化を行った。さらにその結果に基づいて解析アルゴリズムの考案、解析プログラムの作成を行った。このとき問題点の明確化及びその解決を行いやすくするため、簡単な問題から順に取り組んだ。

## 4. 研究成果

本研究は平成19年度及び20年度にわたって行った。

まず、平成19年度は、局所境界積分を利用したメッシュレス型数値解析法によりブリージングクラックを有する構造物の振動解析を高精度で行うための基礎的な検討として、これまでに開発してきたメッシュレス法において、節点位置や用いる形状関数などが解析精度に与える影響を詳細に調べた。その結果、移動最小二乗近似およびコンパクトサポート RBF と呼ばれる関数を形状関数とする場合には、そのサポート半径をある程度以上に大きく取り、局所領域の大きさを節点間距離程度に取れば、節点の配置が不規則な場合であっても高精度な解析が可能であることを明らかとした。この結果を図1および図2に示す。いずれも縦軸は誤差の対数をと

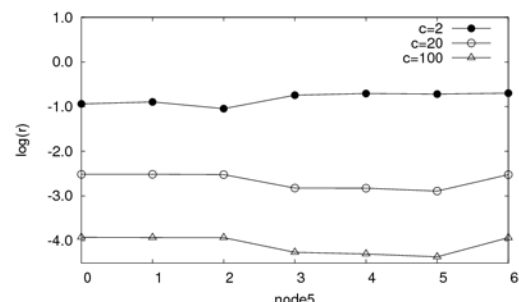


図1 RBFのサポート半径の解析精度に与える影響

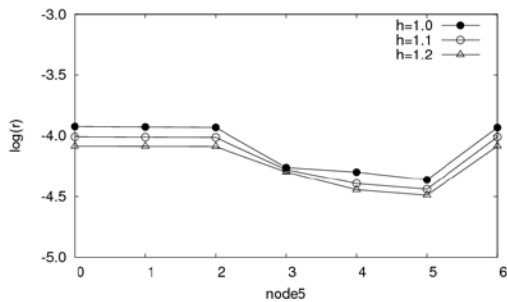


図 2 局所領域の大きさの解析精度に与える影響



図 3 複雑な形状の物体に対する解析結果

ったものであり、横軸は 5 番目の節点位置を示す。この結果は日本機械学会第 20 回計算力学講演会で発表した。また、図 3 に示すような複雑な形状の物体に対しても精度良い解析ができることを確かめた。

次に、このメッシュレス法を振動解析問題に適用できるように、二重相反法を用いるアルゴリズムについて検討し、解析プログラムを作成した。これらと並行して、混合型変分原理に基づいたブリージングクラックを有する構造物の非線形振動解析理論についての検討を行った。まず基礎的な検討を行うため、1次元構造物のはりを取り上げ、有限要素法により数値的な解析を行った。1次元の問題ではクラックは点となるため、メッシュレス法でも有限要素法でも同様に解析できる。定式化の手順および解析プログラムの作成は有限要素法のほうが容易であるため、ここでは有限要素法を用いた。その結果、混合型変分原理によりブリージングクラックを有するはりの定常振動解析が高精度かつ高効率に行えることを確認した。この結果は日本機械学会論文集 C 編に掲載された論文に発表した。さらに混合型変分原理に基づく定常振動解析手法を、ブリージングクラックを有する 2次元構造物および 2次元の運動を行う回転軸系に適用するための拡張について検討した。後者の問題に対する検討は、名古屋大学の井上准教授と行い、その結果は井上准教授が研究代表者となっている研究テーマ「回転軸に発生するブリージングクラックの深さと位置を推定する振動診断法の開発」(科学研究費補助金, 基盤研究(C), 課題番号

20560214) へと引き継がれている。

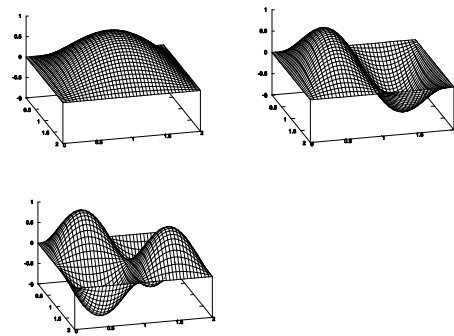


図 4 振動解析の対象モード

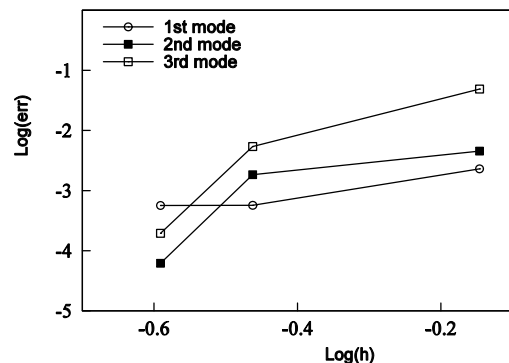


図 5 節点間距離が固有振動数の解析精度に与える影響

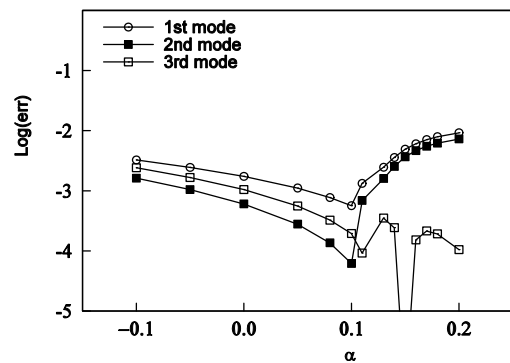


図 6 節点配置が固有振動数の解析精度に与える影響

平成 20 年度は、平成 19 年度に開発した局所境界積分型メッシュレス法による振動解析プログラムを用いて、形状関数や重み関数の種類、および節点配置が解析精度に与える影響を詳細に調べた。その結果、節点間距離を小さくしたほうが高精度に解析を行うことができることがわかった。また節点配置については、条件にもよるが、対象物領域の外部にも節点を配置したほうが精度良い解析が可能であることがわかった。この結果

は日本機械学会第 21 回計算力学講演会で発表した。

次に、ブリージングクラックを有する構造物の曲げ振動解析問題への拡張について検討した。曲げの問題の場合、支配方程式が変位に関する 4 階の偏微分方程式で記述される。このままでは局所境界メッシュレス法の適用も難しく、またクラックの開閉は曲げモーメントの符号によるためクラックの開閉の取り扱いも困難である。そこで混合型変分原理を用いて支配方程式を変位と曲げモーメントに関する 2 階の偏微分方程式に変形することで、局所境界積分型メッシュレス法の適用およびブリージングクラックの開閉条件の容易な取り扱いを可能とした。上記の考えに基づいてクラックを有する構造物の振動問題に対する、局所境界積分型メッシュレス法のプログラムを開発した。最後に解析結果の妥当性を検討するため、実験を行った(図 7 参照)。実験ははりに対して行った。クラックは、細いスリットに同じ厚さの板を挿入し、ブリージングクラックを模擬した。実験により得られた結果と、開発した解析プ

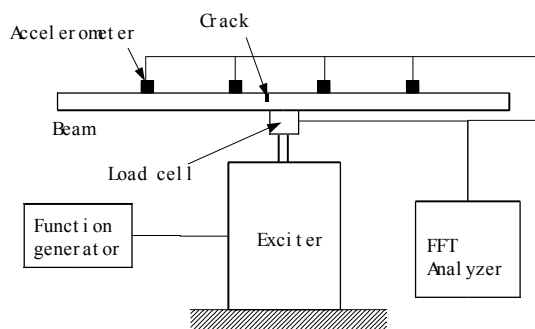


図 7 実験装置

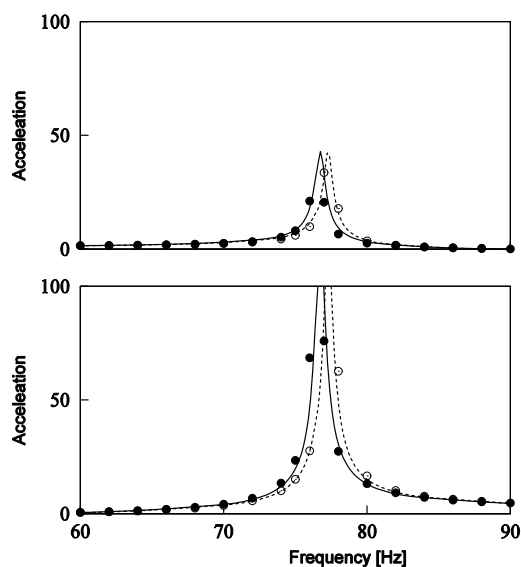


図 8 実験結果と解析結果の比較

ログラムによる結果を比較した。この結果を図 8 に示す。上の図と下の図はそれぞれ、いちばん左の加速度計の位置での加速度応答と、左から 2 番目の加速度計の位置での加速度応答であり、■はクラックがある場合の実験結果、□はクラックがない場合の実験結果、実線はクラックがある場合の計算結果、破線はクラックがない場合の計算結果である。実験結果と計算結果はよく一致し、開発したプログラムで精度よくクラックを有する構造物の振動解析が可能なことを確認した。

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

- ① 神谷恵輔, 吉永輝光, ブリージングクラックをもつはりの非線形定常振動解析 (混合型変分原理に基づく有限要素解析), 日本機械学会論文集 C 編, 73 巻, 1968-1970, 2007, 査読有。

[学会発表] (計 4 件)

- ① 神谷恵輔, 屋根型重み関数を用いた局所境界積分メッシュレス法による振動解析, 日本機械学会第 21 回計算力学講演会, 2008 年 11 月 2 日, 琉球大学。
- ② 神谷恵輔, 中村潤, 松本敏郎, 屋根型重み関数を用いた局所境界積分型メッシュレス法 (解析制度の検討), 日本機械学会第 20 回計算力学講演会, 2007 年 11 月 27 日, 同志社大学。

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

神谷 恵輔 (KAMIYA KEISUKE)  
愛知工業大学・工学部・教授  
研究者番号: 50242821

### (2) 研究分担者

松本 敏郎 (MATSUMOTO TOSHIRO)  
名古屋大学・大学院工学研究科・教授  
研究者番号: 10209645