

平成 21 年 3 月 31 日現在

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2007～2008

課題番号：19560236

研究課題名 (和文) 疲労破壊回避のための制御系と機械要素の同時設計

研究課題名 (英文) Simultaneous design of control systems and machine elements for avoiding fatigue failure

研究代表者

佐藤 俊之 (SATO TOSHIYUKI)

秋田県立大学・システム科学技術学部・准教授

研究者番号：40315635

研究成果の概要：

本研究では回転軸を持つ駆動機構を対象に、ねじれによる軸の疲労破壊を回避するための制御系と軸径の同時設計法を構築する。軸材料の S-N 曲線をもとに決定した疲労限度値から許容ねじり角を求め、これを満たすようなフィードバック補償器と最小軸径を、臨界制御手法と二分法アルゴリズムに基づき決定する。さらに、フィードバック補償器を非線形最適化に頼らずに設計するため、線形行列不等式に基づく臨界制御系設計法を開発する。以上の方法の有効性をシミュレーションおよび実験により確認する。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	800,000	240,000	1,040,000
2008 年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,900,000	570,000	2,470,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：機械工学・機械力学・制御

キーワード：動的設計

1. 研究開始当初の背景

機械の軽量化・高速化にともない、運転時に機械の構成要素が変形する（ねじれたり、たわんだりなどする）が増えている。このような変形がごく稀に起きる場合には、機械に大きなダメージを与えることは少ない。しかし、頻繁に、かつ長期的にこのような変形が生じることで、部材が金属疲労を起こす可能性がある。一般に機械設計において、静的な力に対しては、部材が十分な強度を持つように寸法が決定される。しかし、長期的に加わる動的な力に対する吟味が十分なされ

ているとはいいがたい。これは、実際の運転状況において、どの程度変形するかを機械設計時に見積もることは困難だからである。変形量は静的な力の釣り合いのみから決まるわけではなく、駆動機構を含めた制御系（閉ループ系）の特性と、具体的な目標値入力から決まる。すなわち、フィードバック補償器や目標値入力の集合（クラス）が定まった時点で、はじめて変軽量を見積もることができる。したがって、部材の材質や寸法の検討を機械設計の段階で閉じてしまうのではなく、制御系設計と融合させることで、部材の疲労

破壊を回避できる。逆に、すでに材質や寸法が決まっている部材に対しては、疲労破壊が生じない範囲で達成できる追従性能や、疲労破壊が生じないための目標値入力クラスを決めることが可能となる。このような検討をおこなうには、制御量がどこまで大きくなるかを見積もり、これを指定された値以下に抑えるような制御系を用いる必要がある。

2. 研究の目的

本研究の目的は、これまで我々がおこなってきた「臨界制御系設計」にもとづき、機械要素の疲労破壊を回避するための制御系と機械要素の同時設計法を開発することである。従来の研究では、目標値入力や外乱などの入力クラスを定義し、制御量の最悪応答を解析的あるいは数値的に計算し、それらが指定された値以下となるように補償器を求めるという手順で設計をおこなってきた。ただし、これらは制御工学の観点からのみ補償器を設計するだけであり、制御対象の機械的・材料的特性を一切考慮していないため、ここでの目的を達成するには不十分である。したがって本研究では、制御工学的観点と材料力学的観点の両方から制御系設計を行う。このような考慮は従来の制御系設計ではなされてこなかった。また、周波数整形に基づく制御系設計手法では本研究の目的を達成するのは困難であり、我々がこれまで研究をおこなってきたような臨界制御系の設計手法が必要となる。この意味で、本研究はこれまでの研究の延長線上に位置するものである。

3. 研究の方法

まず初めに、機械構成要素の抽出と材料力学に基づく疲労破壊回避条件の導出をおこなう。回転運動をする機械構成要素のうち、動的な力に起因する疲労が懸念される部材の形状を抽出する。次いで、材料力学の既知の結果を用いて、力を受ける際の部材の変形を解析し、何度変形しても破断に至らないための条件を導く。ただし、後に部材の形状(寸法)を調整する必要があることから、ここでは寸法値を可調整パラメータとして含めた形で取り扱う。

次に、目標値入力クラスの検討をおこなう。目標値入力の性質は機械が稼動する際の動的挙動に大きく影響するため、入力が属する集合(クラス)の定義は本研究において重要である。種々の定義が考えられるが、本研究

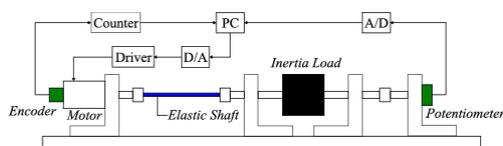


図1 実験装置の概念図

では解の導出を容易にするため、2ノルムで表現されるような過渡的な入力のクラスを中心に考える。

続いて、線形行列不等式に基づく疲労を考慮した臨界制御系設計方法の考案する。コントローラを設計する際、産業的に良く用いられるPIDコントローラのように、コントローラの構造を固定し、その中の可調整パラメータを何らかの方法で決定するという方法も考えられる。しかしこの方法だと解が存在するかどうか事前にわからないため、パラメータの調整に手間取る可能性がある。そこで本研究では、線形行列不等式に基づくコントローラの設計をおこなう。線形行列不等式に基づくコントローラ設計をおこなうと、求まるコントローラの次数は制御対象と同程度になってしまう欠点がある反面、解が存在すれば必ず見つかるという利点があるため、PIDコントローラが持つような問題を回避できる。なお、通常の制御系設計と異なり、ここではコントローラばかりではなく、疲労破壊を回避したい部材の形状(寸法)も調整しなければならない。よって、実際の手順は部材の調整(材質・寸法)→コントローラ導出→強度判定というサイクルを繰り返す必要がある。

次に、シミュレーションによる検討をおこなう。このために必要となるのは、部材の強度判定プログラム、コントローラ設計時に必要な線形行列不等式の求解プログラム、および目標値入力に対する部材の挙動を再現するシミュレータである。対象とする運動(変形)は、回転運動におけるねじれや棒の縦方向変位などである。次に、これらを用いて疲労破壊を回避するための臨界制御系の設計をおこなう。設計結果が要求を満足しているかどうかを、目標値入力に対する部材の挙動をシミュレートすることにより確認する。

最後に、実験装置の製作と実験をおこなう。本研究で考案する設計手法が有効かどうかは、シミュレーションばかりではなく、実験による検証をおこなわないと判断できない。そこで、図1に示すような、回転運動における軸のねじれを再現できる装置(2慣性系)を製作する。この装置はモータが回転することにより、その回転が回転軸を介して負荷慣性に伝達される仕組みになっている。モータの回転角と負荷の回転角はそれぞれセンサにより検出され、これらの差から回転軸のねじれ角を算出できる。目標指令値は制御用コンピュータ(PC)から逐次、出力される。この実験装置を用い提案手法を検証する。

4. 研究成果

まず、材料のS-N曲線と二分法アルゴリズムに基づく機械要素(回転軸)と制御系の混合設計手法を開発した。これは、2慣性系に

において、回転軸径とフィードバック補償器を、疲労破壊を回避する観点から同時に決定する設計法である。具体的には、軸材料の S-N 曲線より、回転軸が疲労破壊しないための許容ねじり角を導出し、運転中のねじり角の最大値が許容ねじり角を超えないよう、回転軸径とフィードバック補償器を決定するものである。したがって、設計変数は、慣性体同士を接続する弾性シャフトの軸径と補償器パラメータである。ここで、補償器の設計変数は一般に実数であるのに対し、軸に関して軸受とのはめ合いを考慮する必要性から、一般に用いられる軸の直径は日本工業規格 (JIS) により規定されており、その多くは整数 (ただし mm 単位) である。また、軸径を変更することは制御対象を変更することを意味している。具体的には、軸径を変更すると軸のねじりばね定数が変化する。よって、設計仕様を満足する軸径と補償器 (等価的に、制御対象と補償器) には複数通りの組み合わせが存在する可能性がある。そこで、このような場合にどの軸径と補償器ゲインの組み合わせを選択するかの基準が必要である。

本研究では、材料コストの観点から、すべての設計仕様を満足するのであれば軸径は細い方が望ましいと考え、設計パラメータを調整・決定する。そこで、軸径を二分法により徐々に小さくしながら、設計仕様を満たす補償器パラメータを見出すという方法を取る。まず材料の S-N 曲線をもとに疲労限度値を決定しておく。また、軸径の上下限値の設定値をそれぞれ d_{max} および d_{min} とする。そのとき、図 2 に示すフローチャートにより設計をおこなう。

例として、回転軸に用いる金属材料を

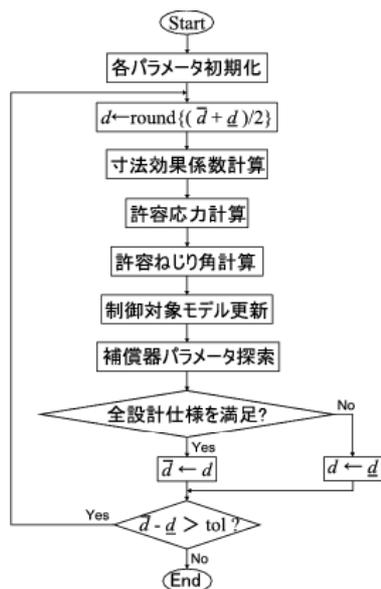


図 2 設計フローチャート

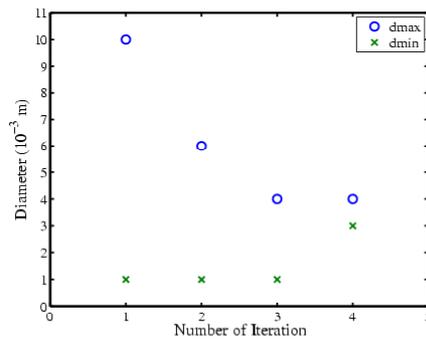


図 3 軸径の推移

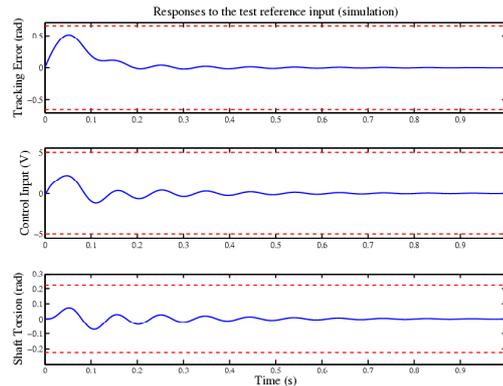


図 4 応答シミュレーション結果

S45C (焼ならし) とし、補償器として I-PD コントローラを採用する場合の設計結果を示す。目標指令値に対する追従誤差と制御入力大きさそれぞれ 0.65 rad 以下および 5 V 以下に抑えるという条件のもとで回転軸径を最小化すると同時に I-PD コントローラのゲインを決定した。ここで、目標指令値が属する入力集合を、変化率の 2 ノルムが 3.0 以下であるような信号からなる集合と定義する。また、応力に対する安全率を 2 に取る。図 2 に示されるフローチャートにしたがって設計を行った際の軸径の推移を図 3 に示す。これより軸径が 4 mm に決定されたことがわかる。この場合の許容軸ねじれ角は 0.2 rad である。また、このときの I-PD コントローラの比例ゲイン、積分ゲインおよび微分ゲインはそれぞれ 68.12 、 1502.51 、 1.40 と決定された。以上の結果を用いて閉ループ系の応答シミュレーションをおこなった。この結果を図 4 に示す (赤の破線が制約上下限値を示す)。上から追従誤差、制御入力、軸ねじれ角をあらわす。図より、与えられた設計仕様を満たし、軸ねじれ角も 0.2 rad 以下に抑えられていることがわかる。したがって、仮定した入力集合に属する目標指令値を用いる限り、高い確率で軸の疲労破壊を回避できると言える。

以上では、補償器として I-PD コントローラを用い、その可調整パラメータを非線形最適化により決定していた。しかし、最適化の

結果は可調整パラメータの初期値に依存するため、必ずしも良好な設計結果を得られるとは限らないという問題があった。また、この方法では、補償器の構造や次数を固定できるという長所を有する半面、最適化が局所最適解に陥り、解が存在するにも関わらずそれを得ることができない場合もある。そこで、この欠点を解決するために、次に線形行列不等式 (Linear Matrix Inequalities; LMIs) による補償器設計の方法を検討した。

入力集合は先ほどと同様に、変化率の 2 ノルムに制限のある信号からなる下記の集合を考える。

$$W_2^{\text{rate}}(\mathbf{D}): \quad \mathbf{w}: \quad \begin{cases} \|\dot{\mathbf{w}}\|_2 & \mathbf{D}, \\ \mathbf{w}(t) & 0 \text{ for } t = 0 \end{cases}$$

ここでは、この入力集合に対する臨界制御系設計を考える。いま、入力 \mathbf{w} から制御量 z_i ($i = 1, 2, \dots, n$) までの伝達関数を $\mathbf{G}_i(s)$ とし、 $\tilde{\mathbf{G}}_i(s): \mathbf{G}_i(s)/s$ を定義する。このとき次の命題が成り立つ。

命題

$\tilde{\mathbf{G}}_i(s)$ が安定で厳密にプロパな伝達関数ならば、

$$\sup_{\mathbf{w} \in W_2^{\text{rate}}(\mathbf{D})} \|z_i(\mathbf{w})\| \leq \mathbf{D} \|\tilde{\mathbf{G}}_i\|_2$$

となる。

命題右辺のノルムは H_2 ノルムである。よって、本研究における臨界制御系設計問題は H_2 制御問題に帰着させることができる。いま、各 i に対し、一般化制御対象を以下のように定義する。

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_a &= \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a + \mathbf{B}_{a1} \dot{\mathbf{w}} + \mathbf{B}_{a2} \mathbf{u}, \\ z_i &= \mathbf{C}_{a1}^{(i)} \mathbf{x}_a + \mathbf{D}_{a12}^{(i)} \mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_{a2} \mathbf{x}_a + \mathbf{D}_{a21} \dot{\mathbf{w}}. \end{aligned}$$

このとき、臨界制御が達成される、すなわち、 $\mathbf{D} \|\tilde{\mathbf{G}}_i\|_2 \leq \varepsilon_i$ となるための十分条件が以下の線形行列不等式を満たす行列 \mathbf{P}_{cl} と $\mathbf{W}_{\text{cl}}^{(i)}$ が存在することとなる。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\text{cl}} \mathbf{A}_{\text{cl}} + \mathbf{A}_{\text{cl}}^T \mathbf{P}_{\text{cl}} + \mathbf{C}_{\text{cl}}^{(i)T} \mathbf{0} \\ - \mathbf{I} \\ \mathbf{P}_{\text{cl}} \quad \mathbf{P}_{\text{cl}} \mathbf{B}_{\text{cl}} \quad \mathbf{0}, \quad \text{tr} \mathbf{W}_{\text{cl}}^{(i)} \leq \frac{\varepsilon_i^2}{\mathbf{D}^2}. \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{A}_{\text{cl}}, \mathbf{B}_{\text{cl}}, \mathbf{C}_{\text{cl}}^{(i)}$ はそれぞれ、 $\tilde{\mathbf{G}}_i(s)$ と出力フィードバック・コントローラからなる閉ループ系のシステム行列、入力行列および出力行列である。上記の線形行列不等式を合同変換と変数変換により線形化し、MATLAB LMI Control Toolbox を用いて変数行列を解

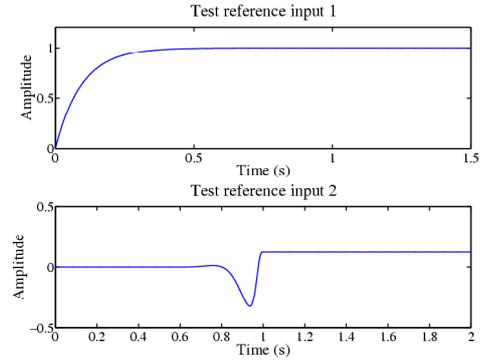


図 5 目標指令値

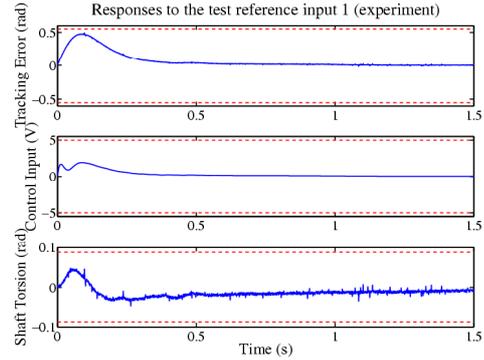


図 6 目標指令値 1 に対する実験結果

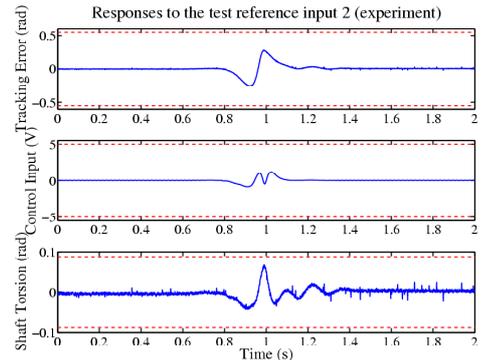


図 7 目標指令値 2 に対する実験結果

くことにより、コントローラを設計した。図 1 の実験装置に対する設計結果を以下に示す。

回転軸材料を A5056 H112 とし、軸径を 3.0×10^{-3} m、軸長を 0.25 m とする。A5056 の横弾性係数を 26GPa、両振りねじりに対する疲労限度を 69MPa とすると、軸ねじり角に対する最大許容値は 4.4×10^{-1} rad となるが、ここでは安全率を 4 に取り、 1.1×10^{-1} rad 以下に抑えるコントローラを設計する。他の制約として、追従誤差 (目標指令値と負荷角度の差) が ± 0.55 rad 以内、制御入力が ± 5 V 以内として与える。また、目標指令値が属する入力集合を W_2^{rate} (2.3) とする。前述の線形行列不等式を解くことにより、以下の 5 次の

コントローラを得た。

$$K(s) = \frac{32.5(s-396.8)(s-24.6)(s^2-5.8s-2074)}{(s-383.7)(s-91.2)(s^2-71.7s-4833)}$$

このコントローラは、仮定した入力集合に属する目標指令値に対して、以下の制御性能を保証する。追従誤差： ± 0.55 rad 以内，制御入力： ± 4.7 V 以内，軸ねじれ角： $\pm 8.6 \times 10^{-2}$ rad 以内。

次に、実際に上記の制御性能を有するのを実験により確認する。図 5 に二種類のテスト目標指令値を示す。ここで、上段のものを目標指令値 1，下段のものを目標指令値 2 と呼ぶ。特に下段の目標指令値は軸ねじり角を最大にするものである。図 5 上段と下段に示す目標指令値に対する実験結果をそれぞれ図 6 と図 7 に示す。それぞれの図において、上から順に追従誤差，制御入力，軸ねじれ角を示し，赤破線が保証する制御性能をあらわす。いずれの図においても，軸ねじれ角が保証範囲内に収まっていることがわかる。また，追従誤差と制御入力に関してもそれぞれ保証範囲内である。したがって，この入力集合に属するどのような目標指令値に対しても，回転軸が疲労破壊を起こす確率は低く，所望の制御系が設計できたと言える。

類似の研究は海外の電力工学分野に見られる。タービン発電機の分数調波共振が発電機シャフトの疲労破壊を引き起こすことから，本研究と同様に軸のねじりを対象に寿命予測などがおこなわれている。しかし，これらの研究では，発電システムの内部で発生する電氣的脈動が不可避免的にシャフトの共振を引き起こすという問題を取り扱っているのに対し，本研究では回転軸の振動や共振を抑制するフィードバック制御系（具体的にはサーボ系）の設計問題を取り扱っている点が異なる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

①佐藤俊之，齋藤直樹，回転軸の疲労を考慮した 2 慣性系の臨界制御系設計，日本機械学会論文集(C)，75 巻，632-639，2009，査読有

[学会発表] (計 2 件)

①佐藤俊之，齋藤直樹，二慣性系における疲労破壊回避のための機械要素と制御系の混合設計，日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 2008，2008 年 6 月 6 日，長野県長野市

②Toshiyuki Sato and Naoki Saito, Critical control design for fatigue avoidance in two-inertia systems using LMI-based H_2 synthesis, The 34th annual conference of the IEEE industrial electronics society (IECON 2008), 2008 年 11 月 11 日, Orland, FL, U.S.A

6. 研究組織

(1) 研究代表者

佐藤 俊之 (SATO TOSHIYUKI)

秋田県立大学・システム科学技術学部・准教授

研究者番号：40315635

(2) 研究分担者

齋藤 直樹 (SAITO NAOKI)

秋田県立大学・システム科学技術学部・准教授

研究者番号：60315645

(3) 連携研究者

なし