

研究種目：若手研究 (B)  
 研究期間：2007 年度 ～ 2008 年度  
 課題番号：19700127  
 研究課題名 (和文) 汎用的な自動定理発見ツールの実現と応用  
 研究課題名 (英文) An Automated Theorem Finding System for General-purpose and Its Applications

## 研究代表者

後藤 祐一 (GOTO YUICHI)  
 埼玉大学・大学院理工学研究科・助教  
 研究者番号：70400801

## 研究成果の概要：

自動定理発見問題に対して帰結演算による自動定理発見法が提案されたがいまだ実現されていない。本研究では、帰結演算による自動定理発見法において中心的役割を果たす汎用自動前向き帰結演算システムを実装し、公理的集合論において帰結演算による自動定理発見を試みるのが最終目的である。支援期間内には、論理式を構成する語彙、論理式の構成規則、公理、そして、推論規則を入力として自由に与えられるようにした汎用前向き推論エンジンFreeEnCalの開発を行った。また、開発したFreeEnCalの処理アルゴリズムを見直し処理の高速化を行った。

## 交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2007 年度	700,000	0	700,000
2008 年度	1,600,000	480,000	2,080,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,300,000	480,000	2,780,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・知能情報学

キーワード：情報システム, 知識工学, 自動発見

## 1. 研究開始当初の背景

自動定理発見とは、予め与えられた定理を自動的に証明することではなく、計算機を用いて新しい定理を自動的に発見することである。自動定理発見問題は、自動定理発見の一般的な方法を求めるという問題であり、1988 年ごろ自動定理証明の大家であるアメリカのWos博士により提示された世界的に知られている難問である [Wos, Automated Reasoning 33 Basic Research Problems,

1988]。この問題が完全に解決されればいろいろな科学技術分野で非常に多くの応用があるので、多くの計算機科学者は様々な角度からその解決に挑戦してきたが、今現在もまだ完全に解決されていない。

自動定理証明に有効な従来の後向き（証明しようとする定理を利用して前提まで辿り着くこと）証明法は自動定理発見には全く適用できない。「推論」とは、与えられた前提（既知の事実あるいは仮定）に推論規則を適用して未知の新しい結論を導出する過程の

ことである。一方、「証明」とは、あらかじめ明確に与えられた結論（言明あるいは仮説）に対して、与えられた前提（既知の事実あるいは仮定）からその結論へ至る論理的道筋を見つけ出す過程のことである。推論と証明の本質的な違いは、証明は証明しようとする物事（ゴール）があらかじめ既に定まっていることに対して、推論は推論すべき物事（ゴール）があらかじめ定まっていないことにある。自動定理発見は自動定理証明と異なり、予めゴール、すなわち発見すべき定理を定めることができないため、証明では行うことができず、推論を用いるしかない。このため、従来の後向き証明法は自動定理発見に全く適用できない。

また、従来のほとんどの自動定理証明系で論理基礎として採用されてきた古典数理論理も、自動定理発見にとって適切ではない。古典数理論理とその拡張論理には、条件関係「もし・・・ならば～」を表す論理結合子として実質含意が定義されているが、われわれが普段用いる「もし・・・ならば～」の意味と実質含意の意味が異なる。このため、古典数理論理とその拡張論理には、われわれの常識からみれば不自然な論理定理（これを、実質含意のパラドクスという）を含んでおり、古典数理論理に基づく推論を行うとわれわれにとって不自然な結論が導出される可能性がある [Anderson and Belnap Jr., Entailment: The Logic of Relevance and Necessity, Vol.1, 1975][Anderson, et. al, Entailment: The Logic of Relevance and Necessity, Vol.2, 1992]。また、古典数理論理には実質含意のパラドクスがその論理定理に大量に含まれていることが申請者によって定量的に実証された。

これらの二つの問題を解決するために、強相関論理に基づく帰結演算を用いた自動定理発見の理論的基礎と方法が提案された [Cheng, Entailment Calculus as the Logical Basis of Automated Theorem Finding in Scientific Discovery, 1995]。この方法は、古典数理論理とその拡張論理に含まれる実質含意のパラドクスをすべて排除した論理体系である強相関論理に基づき、推論の一手法である帰結演算により定理を自動的に発見する方法である。この方法の特徴は、推論の妥当性を基礎付ける論理体系とそれぞれの分野の定義や公理、定理、また、それら二つを入力として受け取り入力された論理体系に従いそれぞれの分野の公理や定理から新たな定理の導出を行う推論プログラムを明確に分離した点にある。Cheng 博士は、推論の妥当性を基礎付ける論理体系として強相関論理を選んだが、一般的には、定理発見を行いたい分野や推論の妥当性は自動定理発見の実行者によって異なると考えられる。

この方法に従えば、実行者が妥当と思う論理体系と、定理発見を行いたい分野の公理や定理を自由に入力として与えられるため汎用的にかつ、統一的な手法により自動定理発見を行うことができる。

しかしながら、実用的な推論プログラムが無いため、いまだにこの方法に基づく自動定理発見は実現されていない。この方法を実現するためには、使用したい論理体系を入力データとして用意すること、また、定理発見を行いたい分野の定義と公理、定理を入力データとして用意すること、そして、任意の論理体系、任意の分野の定義と公理と定理を扱える推論プログラムを用意する必要がある。また、論理体系はその論理体系におけるすべての論理定理の集合として表されるが、計算機で扱う際には有限集合としなければならない。このある論理体系の有限集合をその論理体系の公理から生成するためにも推論プログラムが必要である。著者は、これまで帰結演算ならびに前向き演繹を行える汎用推論エンジン EnCal (An Automated Forward Deduction System for General-Purpose Entailment Calculus) [Cheng, EnCal: An Automated Forward Deduction System for General-Purpose Entailment Calculus, 1996]の開発を行ってきた。EnCal は、Cheng 博士が提案した自動定理発見手法における推論エンジンの有力な候補であるが、汎用性と実行速度の問題から未だに Cheng 博士が提案した自動定理発見手法に適用するに至っていない。

## 2. 研究の目的

本研究の最終目的は、帰結演算による自動定理発見法において中心的役割を果たす汎用自動前向き帰結演算システムを実装し、公理的集合論において帰結演算による自動定理発見を試みることである。本研究では、まず、EnCal を帰結演算による自動定理発見法における推論プログラムとして利用するために、汎用性を高め、2 階述語レベルにおける任意の論理体系、任意の形式理論（ある分野の定義、公理、定理を論理式で表現し直した体系）を扱えるようにする。また、帰結演算のアルゴリズムの改良を行うことで十分な実行速度を得る。その後、NBG 集合論 (von Neumann-Bernays-Gödel 集合論) における自動定理発見の事例研究を行う。

## 3. 研究の方法

### (1) 汎用自動前向き帰結演算システム EnCal の汎用化

EnCal では、汎用的な知識表現方法である「もし～ならば・・・」を抽象化した帰結関係を用いて、ある分野の事実やある分野でなり

たつ経験的な規則や論理体系の定理を表現する。形式論理における統語論の観点からすると、ある論理体系は、論理式を構成する語彙、論理式の構成規則、公理、そして、推論規則を定めることにより定義することができる。現在の EnCal は、論理式を構成する語彙と論理式の構成規則、そして推論規則はプログラムに組み込まれており、自由に定義することができない。このため、任意の論理体系や形式理論を扱える推論プログラムとは言えない。そこで、論理式を構成する語彙、論理式の構成規則、公理、そして、推論規則を入力として自由に与えられるようにすることで任意の論理体系や形式理論を扱う推論プログラムを実現する。具体的には2階述語レベルまでの論理体系と形式理論を扱えるようにする。

#### (2) 汎用自動前向き帰結演算システム EnCal の高速化

EnCal は、(a) ある論理体系の公理と推論規則から、その論理体系の論理定理を導出する、(b) 帰結関係で記述された事実や経験的な規則とある論理体系の論理定理を前提として帰結演算を行い新しい事実や経験的な規則を導出する、前向き演繹システムの一つである。発見のための前向き演繹は、発見対象をゴールとして明示的に与えることができないため、すべての前提とすべての推論規則の組合せから結論を導出するという操作を繰り返すことでしか発見対象の導出を行うことができない。このため、最終的に導出された結論の数に対して多項式的な実行時間が必要となる。そのため、莫大な量の結論を導出する際には莫大な実行時間がかかる可能性が高い。そこで、EnCal のアルゴリズムを改良し、処理の高速化を試みる。

#### 4. 研究成果

支援期間内では、汎用自動前向き帰結演算システムを実装し、その高速化を行った。期間内では、NBG 集合論における自動定理発見の事例研究は行えなかった。研究成果の詳細は以下のとおりである。

##### 1) 汎用自動前向き推論システム FreeEnCal の開発

論理式を構成する語彙、論理式の構成規則、公理、そして、推論規則を入力として自由に与えられるようにすることで任意の論理体系や形式理論を扱う汎用前向き推論システム FreeEnCal を開発した[発表雑誌論文 2]。また、論理体系を表現するための代表的な形式システムであるヒルベルト形式の公理的システム、ゲンツェンの自然演繹システム、そして、ゲンツェンのシークエント計算シ

テムを FreeEnCal で扱えるように拡張を行った[発表雑誌論文 4]。

##### (2) FreeEnCal の高速化

自動定理発見ツールを実現するためには、FreeEnCal はできる限り短い時間で多くの結論を導出しなければならない。そこで、開発した FreeEnCal の処理アルゴリズムを見直し処理の高速化を試みた。FreeEnCal の処理時間の大半は導出された結論が既に導出済みであるかどうかを調べる重複検査処理に費やされていた。そこで、FreeEnCal の処理対象である論理式の構造に着目し、重複検査を論理式単位ではなく、論理式を構成する要素単位で行い、無駄な処理を削減することによって処理の高速化を行った。この結果、従来の重複検査アルゴリズムに比べて大幅な速度向上を達成することができた[発表雑誌論文 3]。

##### (3) FreeEnCal の応用例の提案

「推論」とは、与えられた前提（既知の事実あるいは仮定）に推論規則を適用して未知の新しい結論を導出する過程のことである。推論は、現在、未知の事柄を現在持っている知識から導き出す発見と同様に、現時点で発生していない事柄を現在や過去の状況から導き出す予測、および、ある行動方針に基づき次の行動を導き出す行動決定において必要不可欠な過程である。そこで、FreeEnCal を予測推論と行動推論応用した情報システムの提案を行った[発表雑誌論文 1, 2, 発表学会 1]。

一方、自動定理発見においては、一人や一組織の力のみで定理の発見を行うのは困難である。そこで、グリッドコンピューティング技術を用いて、多くの専門家やその分野の定理発見に興味を持つ人間が協働して定理発見に取り組める環境を提供するグリッド理論家と理論グリッドが提案された。FreeEnCal はグリッド理論家の中心的な構成要素として使用することができることを明らかにした[発表雑誌論文 6]。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7 件)

以下はすべて査読有り論文

1. Natsumi Kitajima, Shisuke Nara, Yuichi Goto, and Jingde Cheng: A Deontic Relevant Logic Approach to Reasoning about Actions in Computing Anticipatory Systems, International Journal of

- Computing Anticipatory Systems, Vol. 20, pp. 177-190, CHAOS, December 2008.
2. Jingde Cheng, **Yuichi Goto**, and Natsumi Kitajima: Anticipatory Reasoning about Mobile Objects in Anticipatory Reasoning-Reacting Systems, in D. M. Dubois (Ed.), "Computing Anticipatory Systems: CASYS 2007 - Eighth International Conference, Liege, Belgium, 6-11 August 2007," AIP Conference Proceedings, Vol. 1051, pp. 244-254, American Institute of Physics, November 2008. (Best Paper Award awarded at the Eighth International Conference on Computing Anticipatory Systems)
  3. Takahiro Koh, **Yuichi Goto**, and Jingde Cheng: A Fast Duplication Checking Algorithm for Forward Reasoning Engines, in I. Lovrek, R. J. Howlett, and L. C. Jain (Eds.), "Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems, 12th International Conference, KES 2008, Zagreb, Croatia, September 3-5, 2008, Proceedings," Lecture Notes in Artificial Intelligence (Subseries of Lecture Notes in Computer Science), Vol. 5178, pp. 499-507, Springer-Verlag, September 2008.
  4. **Yuichi Goto**, Takahiro Koh, and Jingde Cheng: A General Forward Reasoning Algorithm for Various Logic Systems with Different Formalizations, in I. Lovrek, R. J. Howlett, and L. C. Jain (Eds.), "Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems, 12th International Conference, KES 2008, Zagreb, Croatia, September 3-5, 2008, Proceedings, Part II," Lecture Notes in Artificial Intelligence (Subseries of Lecture Notes in Computer Science), Vol. 5178, pp. 526-535, Springer-Verlag, September 2008.
  5. Jingde Cheng, Shinsuke Nara, and **Yuichi Goto**: FreeEnCal: A Forward Reasoning Engine with General-Purpose, in B. Apolloni, R. J. Howlett, and L. C. Jain (Eds.), "Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems, 11th International Conference, KES 2007, XVII Italian Workshop on Neural Networks, Vietri sul Mare, Italy, September 12-14, 2007, Proceedings, Part II," Lecture Notes in Artificial Intelligence (Subseries of Lecture Notes in Computer Science), Vol. 4693, pp. 444-452, Springer-Verlag, September 2007.
  6. Jingde Cheng, **Yuichi Goto**, Shinsuke Nara, and Takahiro Koh: A Cooperative Grid Computing Approach to Automated Theorem Finding and Automated Problem Proposing, in B. Apolloni, R. J. Howlett, and L. C. Jain (Eds.), "Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems, 11th International Conference, KES 2007, XVII Italian Workshop on Neural Networks, Vietri sul Mare, Italy, September 12-14, 2007, Proceedings, Part II," Lecture Notes in Artificial Intelligence (Subseries of Lecture Notes in Computer Science), Vol. 4693, pp. 840-851, Springer-Verlag, September 2007.
  7. Isao Takahashi, Shinsuke Nara, **Yuichi Goto**, and Jingde Cheng: EPLAS: An Epistemic Programming Language for All Scientists, in Y. Shi (Eds.), "Computational Science - ICCS 2007: 7th International Conference, Beijing, China, May 27-30, 2007, Proceedings, Part I," Lecture Notes in Computer Science, Vol. 4487, pp. 406-413, Springer-Verlag, May 2007.
- [学会発表] (計1件)  
以下はすべて査読有り論文
1. Natsumi Kitajima, **Yuichi Goto**, and Jingde Cheng: Fast Qualitative Reasoning about Actions for Computing Anticipatory Systems, Proceedings of the 3rd International Conference on Availability, Reliability and Security (ARES '08), pp. 171-178, Barcelona, Spain, IEEE Computer Society Press, March 2008, 発表日 2008年3月4日.
6. 研究組織
- (1) 研究代表者  
後藤 祐一 (GOTO YUICHI)  
埼玉大学・大学院理工学研究科・助教  
研究者番号：70400801
  - (2) 研究分担者  
なし
  - (3) 連携研究者  
なし