

平成 22 年 5 月 13 日現在

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2007～2009

課題番号：19700268

研究課題名（和文） 時系列モデルへのベイズアプローチ

研究課題名（英文） Bayes approach to time series models

研究代表者

玉置 健一郎（TAMAKI KENICHIRO）

早稲田大学・政治経済学術院・准教授

研究者番号：80409664

研究成果の概要（和文）：気温や株価等の時間と共に変動する時系列データの分析手法について研究を行いました。まず、時系列モデルにおける非母数的検定統計量の性質について研究を行いました。次に、定常性を満たさない時系列モデルの最尤推定量の高次有効性を明らかにしました。また、統計的高次漸近理論を応用した債券価格評価を考え、残差の非正規性、従属性が債券価格に与える影響を明らかにしました。さらに、非母数的手法を用いた変化点の検定・推定について研究を行いました。

研究成果の概要（英文）：First, we considered the second order power properties of empirical likelihood for stationary processes. Next, we investigated an optimal property of the maximum likelihood estimator of Gaussian locally stationary processes by the second order approximation. To elucidate the effect on zero-coupon bond price valuation when short rate model has non-Gaussian dependent innovations, we derived the approximate bond price formula using higher order asymptotic theory. Moreover we investigated asymptotic distribution of the change point test statistic based on the frequency domain empirical likelihood.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2007年度	800,000	240,000	1,040,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
2009年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	2,300,000	690,000	2,990,000

研究分野：時系列解析

科研費の分科・細目：情報学、統計科学 1010

キーワード：経験尤度，高次漸近理論

1. 研究開始当初の背景

(1) 時系列解析では、推定や検定において、Whittle 尤度がよく用いられます。これ

は、対数正規尤度の近似となっており、正規定常過程の場合には、これに基づく推定量が最尤推定量と漸近的に同等で

ある等の様々な利点があります。その中でも最大の利点の1つは、計算が非常に容易であるということです。これをベイズ手法に応用することを考えました。従来の方法では構築するのが困難な理論であっても、ベイズ手法を用いれば可能になることがあります。このように、ベイズ手法での結果を用いて従来の手法をより発展させることが出来るので、時系列モデルにおいてもベイズ手法を研究することは重要であると考えました。

- (2) 時系列解析では、推定や検定の統計量の正確な分布を求めるのは一般的に大変困難です。そこで、正確な分布を標本数のオーダー(1次, 2次, ...)で近似して「よさ」を議論する漸近理論が発展し、最適推測、最適検定、最適判別理論等が構築されてきました。しかしながら、一般的に1次の意味で最適な統計量は無数に構成でき、実際にはどの統計量を用いるべきか判断できません。そこで、その中でさらに「よい」統計量の議論をするために高次の漸近理論を考えることが必要となります。それ故、時系列解析においても様々なモデルの高次漸近理論を構築することを目標として研究することを考えました。
- (3) 統計解析では、データや誤差項に正規性が仮定される場合が多く、これに基づいて様々な理論が構築されています。しかしながら、様々な分野で、特に金融分野では、実際のデータは正気分布に従わないことが指摘されています。この点を改善する方法として、分布を仮定しない非母数的手法に着目しました。この手法は、分布を仮定しないので、真の分布と想定した分布が異なっているという問題を回避することができます。近年、時系列解析の分野において、経験尤度を用いた手法が発展しており、これを種々の推定や検定の問題に拡張させることを考えました。

2. 研究の目的

- (1) ベイズ手法を時系列モデルへ応用し、事後分布の高次を含めた漸近的な性質を明らかにするための様々な理論を構築することを考えました。特に、擬似最尤推定量に基づくベイズ推定量の漸近的な結果を得ることが目的です。
- (2) Dahlhaus により提案された局所定常過程における最尤推定量の漸近的な性質について明らかにしたいと考えました。高

次漸近理論を用いて2次の意味で最適である推定量を構成し、非定常性がどのように影響しているのかを明らかにすることが目的です。

- (3) 時系列モデルにおける経験尤度を含むノンパラメトリック検定の性質について明らかにしたいと考えました。経験尤度比統計量は母数的な尤度比統計量と多くの同じ性質を持つことが知られており、特に、独立データの場合は、経験尤度比統計量が Bartlett 補正可能であることが知られています。また、Baggerly により提案された経験尤度を含む CR 型統計量のクラスに対して、2次の意味で経験尤度が最適であることが分かっています。従属データの場合には、一般的な周波数領域での経験尤度の手法が提案されており、種々の性質が一般的な周波数領域でも成り立つかどうかを解明することが目的です。
- (4) 基礎理論の構築だけでなく、これらに基づく諸結果の金融分野への応用を考えました。特に、高次漸近理論を債券価格評価やデリバティブ価格評価に応用することを考えました。具体的には、時系列解析の観点から、高次漸近理論を用いて価格を高次まで評価し、非正規性、従属性が与える影響を明らかにすることが目的です。

3. 研究の方法

- (1) 時系列モデルに対し、ベイズ統計学において最も基本的な定理の1つである "Bernstein-Von Mises Theorem" について研究をします。これは、ベイズ推定量の事後分布の概収束を与える結果であり、Whittle 尤度とそれに基づく推定量から得られる事後分布の性質を明らかにします。また、この結果と従来の手法との比較検討を行います。ベイズ推定量と従来の統計量の漸近分散の比較、また、漸近分布の非正規性の影響を明らかにします。
- (2) 一般的に、母数型推定量と非母数型推定量は非常に異なる性質をもち、また計算が複雑等の理由により、非母数型推定量の高次の性質が明らかになっていません。また、非母数型のアプローチでは必然的に Bandwidth-Selection の問題が起ります。これは、一般的には、2次の平均2乗誤差を用いて解決していますが、これらの諸問題に対して、ベイズ手法に

よる解決方法があるのかを様々な角度から検討します。

- (3) 研究段階では、国内外の研究者と議論を幅広く他の研究者と意見交換することにより、研究に対して有益な助言が得られると考えています。また、研究成果は随時、国内外の学会、研究集会、国際会議に於いて発表します。そこで幅広く他の研究者と意見交換をし、有益な助言が得られると考えています。
- (4) 統計学において、理論と応用は一体であり、実際のデータを用いて数多くの数値実験を行うことが大変重要です。また、数値実験の結果から、新たな理論に発展することもありますので、計算機を用いてデータ解析をすることにより、効率的に研究します。

4. 研究成果

- (1) 2007年度は、時系列モデルにおける経験尤度を含むノンパラメトリック検定のクラスに対する検出力比較に関する研究を行いました。経験尤度の手法は、非母数的な設定においても信頼区間の構成や検定に用いることができるので非常に有用であり、さらに、経験尤度比統計量は母数的な尤度比統計量と多くの同じ性質を持つことが知られています。特に、独立データの場合は、経験尤度比統計量がBartlett補正可能であることが知られています。また、Baggerlyにより提案された経験尤度を含むCR型統計量のクラスに対して、2次の意味で経験尤度が最適であることが分かっています。従属データの場合には、一般的な周波数領域での経験尤度の手法が提案されており、種々の性質が一般的な周波数領域でも成り立つかどうかを解明することを目標として研究を行いました。まず、経験尤度比統計量の2次の検出力の性質に関する研究成果について、研究集会で発表を行いました。そのときの議論を参考に、経験尤度を含むノンパラメトリック検定のクラスに対する検出力比較に関する研究を行いました。この研究において、周波数領域においても、正規性を仮定しさらに推定関数の高次の項のバイアス補正を行えばCR型統計量の中で最適な検定統計量が存在することを示しました。また、最適な検定統計量は推定関数により異なることを明らかにしました。この研究成果についても複数の研究集会で発表を行い、様々な助言を得ることができました。
- (2) 2008年度は、まず、Dahlhausにより提案

された局所定常過程における最尤推定量の漸近的な性質について研究を行いました。実証分析の立場から現実の多くのデータは非定常であることが知られているので、これらの理論は非常に有益と思われます。高次漸近理論を用いて最尤推定量が2次の意味で最適であることを示し、さらに、最尤推定量の高次の性質が時変量に依存しない十分条件を明らかにし、非定常性の影響について議論を行いました。この結果は2008年度に学術雑誌に掲載されました。次に、前年度に引き続き、時系列モデルにおける経験尤度を含む様々なノンパラメトリック検定の漸近的な性質を明らかにすることを目的として研究を行いました。ノンパラメトリック手法は精度に問題がある場合があり、それ故、Bartlett補正等の誤差を改善する方法は非常に有用と思われます。独立データの場合には、Baggerlyにより提案されたCR型統計量のクラスの中で、経験尤度のみがBartlett補正可能であることが知られています。まず、従属データに対する周波数領域におけるCR型統計量のBartlett補正の可能性について、モンテカルロ・シミュレーションを用いて詳細に調査を行いました。その結果、経験尤度以外の統計量においても、Bartlett補正により被覆確率の誤差が大きく改善されることが分かりました。特に、2次の意味で最適な統計量において被覆確率の誤差が最も大きく改善されることが分かりました。

- (3) 2009年度は、まず、時系列モデルにおける経験尤度を用いた変化点の検定・推定について、変化点問題の専門家である他大学の研究者と共同で研究を行いました。経験尤度を用いた検定統計量を提案し、その帰無仮説の下での漸近分布や変化点推定量の一致性等の漸近的な性質を明らかにしました。さらに、モンテカルロ・シミュレーションによる結果の検証や、地震や株価データを用いた実データ解析も行いました。この研究成果は共同研究者が学会等で報告し、学術雑誌に投稿準備中です。次に、統計的高次漸近理論を応用した債券価格評価について、他大学の研究者と共同で研究を行いました。時系列解析の観点から、金利モデルの1つであるパンチェック・モデルの離散型を考え、残差が定常非正規過程に従うとして割引債の価格を高次まで評価しました。その結果、残差の非正規性、従属性が債券価格に与える影響が明らかになりました。この研究成果は共同研究者が学会等で報告し、2009年度の学術雑誌に掲載さ

れました。さらに、ジャックナイフ法を用いた Whittle 推定量のバイアスを改善する手法について、国内外の研究者と共同で研究を行いました。修正したピリオドグラムを用いた Whittle 推定量は、オーダー的にバイアスが改善することを明らかにしました。さらに、モンテカルロ・シミュレーションによる結果の検証を行い、自己回帰モデル等では、単位根に近いほど、より改善していることが明らかになりました。この研究成果は学術雑誌に投稿準備中です。また、最尤推定量と Whittle 推定量の漸近分布やバイアスの差について研究集会で報告しました。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計3件)

Tetsuhiro Honda, Kenichiro Tamaki and Takayuki Shiohama, Higher order asymptotic bond price valuation for interest rates with non-Gaussian dependent innovations, Finance Research Letters, 査読有, Vol.7, No.1, 2010, pp.60-69.

Kenichiro Tamaki, Second order properties of locally stationary processes, Journal of Time Series Analysis, 査読有, Vol.30, No.1, 2009, pp.145-166.

Kenichiro Tamaki, The Bernstein-von Mises theorem for stationary processes, Journal of the Japan Statistical Society, 査読有, Vol.38, No.2, 2008, pp.311-323.

[学会発表](計11件)

玉置 健一郎, Second order properties of the distributions of test statistics derived under Whittle measure, 科研費シンポジウム"数理統計学における最近の展開とその周辺", 2009年11月14日, 高崎経済大学.

本田 哲弘, 玉置 健一郎, 塩濱 敬之, Higher order asymptotic bond price valuation for interest rates with non-Gaussian dependent innovations, 科研費シンポジウム"数理統計学における最近の展開とその周辺", 2009年11月14日, 高崎経済大学.

玉置 健一郎, オプション価格評価における高次漸近理論, Seminar on Time Series and Financial Engineering, 2009年6月27日, 早稲田大学.

玉置健一郎, 時系列モデルに対する高次

漸近理論, 日本数学会, 2008年3月25日, 近畿大学.

Kenichiro Tamaki, Power comparisons of nonparametric likelihood-based tests for stationary processes, Amsterdam Japanese Mini Conference Econometrics, 2008年2月29日, University of Amsterdam.

Kenichiro Tamaki, Power comparisons of nonparametric likelihood-based tests for stationary processes, Seminar at Department of Statistics, 2008年2月19日, Chinese University of Hong Kong.

玉置 健一郎, Power comparisons of nonparametric likelihood-based tests for stationary processes, 科研費シンポジウム"計量ファイナンスと時系列解析法の新展開", 2008年1月25日, 香川大学.

玉置 健一郎, Power properties of nonparametric likelihood-based tests for stationary processes, 科研費シンポジウム"統計的推測理論の諸問題について", 2007年12月7日, 北海道大学.

玉置 健一郎, Power properties of empirical likelihood for stationary processes, 日本数学会, 2007年9月23日, 東北大学.

玉置健一郎, On adjustments based on the signed root empirical likelihood for linear regression model, 日本数学会, 2007年9月23日, 東北大学.

玉置健一郎, On adjustments based on the signed root empirical likelihood for linear regression model, 日本統計学会, 2007年9月8日, 神戸大学.

6. 研究組織

(1)研究代表者

玉置 健一郎 (TAMAKI KENICHIRO)
早稲田大学・政治経済学術院・准教授
研究者番号: 80409664