

研究種目：若手研究 (B)

研究期間：2007～2010

課題番号：19740004

研究課題名 (和文) 古典制限1次元状態和や数理論理学に現れる特殊多項式のパス模型を用いた研究

研究課題名 (英文) Study on 1-dimensional sums and special polynomials in mathematical physics in terms of path models

研究代表者

佐垣 大輔 (SAGAKI DAISUKE)

筑波大学・大学院数理物質科学研究科・講師

研究者番号：40344866

研究代表者の専門分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：代数一般、表現論

1. 研究計画の概要

Lakshmibai-Seshadri (LS) パスのなすパス模型を用いて、主に以下の研究を行う。

- (1) 1次元状態和を新たにパス模型の視点から研究し、1次元状態和に関する最重要課題である $X=M$ 予想を解決する。そのために **rigged configuration** と LS パスとの関係を調べる。
- (2) 特殊化していない Macdonald 多項式を LS パスを用いて表示する。そして、Kostka 多項式や Macdonald 多項式をパス模型の視点から研究する。

2. 研究の進捗状況

(1) 当初の研究計画に加えて、**rigged configuration** に幾何的にアプローチするために、Mirkovic-Vilonen (MV) 多面体の研究を行った。主な研究成果は次の通り。

- ① Demazure クリスタルおよび opposite Demazure クリスタルを MV 多面体を用いて記述することに成功した。さらに **extremal** な MV 多面体の頂点の具体的な記述を与えた。
- ② P, Q を MV 多面体とする。 P が **extremal** であるときに、 P と Q のテンソル積に対応する MV 多面体が、 P と Q の Minkowski 和に含まれることを示し、 MV 多面体のテンソル積の記述に関する大きな手がかりを得た。さらにこれの応用として MV 多面体が Demazure クリスタルに含まれるた

めの必要条件を **extremal MV** 多面体との包含関係によって与えることに成功した。

- ③ A 型の振れのない量子アフィン代数に関する **MV** 多面体の理論を構築することに成功した。

(2) この研究では、エクストリーマル・ウェイト加群と呼ばれる量子アフィン代数上の加群が重要な役割を果たす。そこで、“**infinite rank** の”量子アフィン代数上のエクストリーマル・ウェイト加群に関する研究を行い、それらの結晶基底に対するパス模型を構成することに成功した。そして、それらのパス模型のテンソル積の分解則を **Littlewood-Richardson** 係数を用いて具体的に記述することに成功した。

3. 現在までの達成度

- ② おおむね順調に進展している。

(理由)

これまでの3年間で **MV** 多面体に関する多くの重要な結果が得られた。また、 **infinite rank** の量子アフィン代数上のエクストリーマル・ウェイト加群に関する研究は、研究目標への新たなアプローチを示唆している。よって、当初の研究計画とは若干のずれはあるものの、これまでに得られた結果は十分に重要であり、研究目標を達成するために極めて有益であろうと考える。それゆえ、上述の達成度とした。

4. 今後の研究の推進方策

- (1) 当初の研究計画にはなかったが、**MV**

多面体や infinite rank の量子アフィン代数上のエクストリーマル・ウェイ加群の研究は引き続き行う。
(当研究の目標に別の視点からアプローチできるようにするため。)

- (2) 今後もこれまで以上に国内外の研究者と活発に交流し、情報収集や議論を重ねていきたいと思う。さらにある程度長期に海外に滞在し、そこで表現論や数理解物理学の研究者達と意見交換をするつもりである。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計5件)

- ① Satoshi Naito and Daisuke Sagaki, Mirkovic-Vilonen polytopes lying in a Demazure crystal and an opposite Demazure crystal, *Advances in Mathematics* Volume 221 (2009), 1804-1842 (査読あり).
- ② Satoshi Naito and Daisuke Sagaki, Lakshmibai-Seshadri paths of level-zero shape and one-dimensional sums associated to level-zero fundamental representations, *Compositio Mathematica*, Volume 144 (2008), 1525-1556 (査読あり).

[学会発表] (計5件)

- ① 佐垣 大輔, 量子アフィン環のレベル・ゼロ基本表現とそのテンソル積のパス模型, 2009年度 日本数学会秋季総合分科会 特別講演, 2009年9月27日, 大阪大学.
- ② Daisuke Sagaki, Mirkovic-Vilonen polytopes lying in a Demazure crystal and an opposite Demazure crystal, 国際研究集会「International workshop on combinatorial and geometric approach to representation theory」, 2009年9月21日, Seoul National University (韓国).
- ③ Daisuke Sagaki and Satoshi Naito, Berenstein-Zelevinsky datum for the affine Lie algebra of type $A_{\ell}^{(1)}$, 国際研究集会「Crystals and Tropical Combinatorics」, 2008年8月30日, 関西セミナーハウス(京都).

[その他]

ホームページ

<http://www.math.tsukuba.ac.jp/~sagaki/>